VALUTARE LE COMPETENZE SUL NUMERO

LA LEZIONE DI MATEMATICA: DISCUTERE, CAPIRE, ARGOMENTARE

AVIMES
Rete di Scuole PIEMONTE

GENNAIO 2006

Maria Teresa POZZO, Ketty SAVIOLI, Elisabetta SERRATORE

Che cos'è la matematica?

"**La matematica è la scienza delle strutture e degli schemi.**

I numeri (interi) nascono dal riconoscimento di concetti nel mondo intorno a noi: il concetto di unità, dualità, trinità...

I numeri 1,2,3 servono per contare e sono un modo per descrivere questi schemi. Una volta arrivati al concetto di numero osserviamo subito un altro schema matematico:i numeri sono ordinati: 1,2,3 ognuno più grande di una unità rispetto al suo predecessore.

Lo studio degli schemi numerici si chiama **teoria dei numeri**."

Keith Devlin, *Il linguaggio della matematica*, 2002, Bollati Boringhieri.

Ufficio Scolastico Regionale per il Piemonte – Direzione Generale

Progetto VALMAT

Education and Culture

AVIMES

Rete di scuole PIEMONTE

Progetti per l'Autovalutazione di Istituto e il Miglioramento dell'Efficacia della Scuola

...3,14159 26535 89[illegible] [illegible]3846 26433 83279 50288 41971 69399 37510 58209 74944 ...

IL NUMERO

Catalogo per la scuola primaria
curato da

Mariangela De[illegible]a
Marin[illegible] [illegible]ardi
P[illegible]ola [illegible]i[illegible]ia[illegible]
Kett[illegible] S[illegible]

[illegible] collaborazione di
Silvia Beltramino

in base alle proposte
della commissione UMI-CIIM

e alle sperimentazioni dei docenti partecipanti
ai Corsi di formazione della Rete di scuole AVIMES
negli anni scolastici 2003/2004 e 2004/2005

Supervisione pedagogica e coordinamento del progetto
Silvana Mosca

Torino, 2005
Seconda Edizione

IN PUBBLICAZIONE

Il catalogo di prove oggettive sul NUMERO è il frutto di un lavoro profondo e meticoloso che si è basato sul nostro principale obiettivo di questi anni:

migliorare la didattica della matematica nell'ottica del recupero dell'errore utilizzando l'efficacia della metodologia dell'argomentazione e della discussione.

Il *parlare e comunicare matematicamente*, l'esporre il proprio ragionamento da parte dell'allievo in un processo risolutivo permettono all'insegnante di avere chiarezza su ciò che produce una risposta: le strategie di soluzione, le intenzioni o i misconcetti.

Il materiale dal quale abbiamo tratto ispirazione è "*Matematica 2001*" proposto dall' UMI-CIIM; in particolare abbiamo focalizzato l'attenzione sul nucleo tematico il NUMERO e sul nucleo di processo ARGOMENTARE. È stata una scelta dettata dalla necessità di far luce e chiarezza su alcuni aspetti cruciali della didattica della matematica relativa al numero (intero, decimale, frazionario):

- la lettura e scrittura di numeri;
- il calcolo;
- il confronto e l'ordinamento;
- la retta dei numeri.

79

livello di competenza

area di competenza

codice

IL NUMERO / elemento di prova UMI.Ae.1
Comprendere il significato dei numeri, i modi per rappresentarli e il significato della notazione posizionale.

- **Livello di competenza:** DARE UN SENSO A UN RISULTATO
- **Livello difficoltà prevista:** MEDIO / DIFFICILE
- **Classe/i:** 1ª – 2ª

classi

livello di difficoltà

CLASSIFICAZIONE DEGLI ITEM

UMI.Ae.1 Matematica 2001 Il numero (pag. 68)	Risposta corretta	Errori più freq…
Campo chiuso: …o / falso	sì	N… …amelle.
Campo ap… a risposta estesa	La rispost… …corretta se e solo se l'alunno spiega che … caramelle è maggiore del numero dei bambini (26 … quindi ogni bambino della classe può ricevere una caramella e ne avanzano ancora 5. (vedi es. allegati)	

CLASSIFICAZIONE DEGLI ITEM

AREE DI COMPETENZA (da UMI*):

A. Comprendere il significato dei numeri, i modi per rappresentarli e il significato della notazione posizionale. **49**

B. Comprendere il significato delle operazioni. Operare tra numeri in modo consapevole, sia mentalmente, sia per iscritto, sia con strumenti. **19**

C. Usare il ragionamento aritmetico e la modellizzazione numerica per risolvere problemi tratti dal mondo reale o interni alla matematica. **11**

*UMI-CIIM Matematica 2001 Materiali per un nuovo curricolo di Matematica

CLASSIFICAZIONE DEGLI ITEM

da DEP Dipartimento per la valutazione - Francia

LIVELLO DI COMPETENZA:

a. Applicare una tecnica.

b. Utilizzare una conoscenza. 12

c. Ricevere e interpretare una informazione. 12

d. Analizzare una situazione e organizzare un procedimento risolutivo. 11

e. Dare un senso a un risultato. 44

UMI. B e. 3

item UMI rivisto

area di competenza: B

Comprendere il significato delle operazioni. Operare tra numeri in modo consapevole, sia mentalmente, sia per iscritto, sia con strumenti.

livello di competenza: e

Dare un senso a un risultato.

numero progressivo

CLASSIFICAZIONE DEGLI ITEM

LIVELLO DI DIFFICOLTÀ PREVISTA

La classificazione è avvenuta in base al livello di competenza richiesta:

	facile	medio-facile	medio-difficile	difficile
a. Applicare una tecnica				
b. Utilizzare una conoscenza	**x**	**x**		
c. Ricevere e interpretare una informazione		**x**	**x**	
d. Analizzare una situazione e organizzare un procedimento risolutivo			**x**	**x**
e. Dare un senso a un risultato			**x**	**x**

CLASSIFICAZIONE DEGLI ITEM

CLASSE	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª
Numeri interi entro il 100	x	x			
Numeri interi con tre cifre		x	x		
Numeri interi con quattro o più cifre				x	x
Numeri decimali: confronto e ordinamento			x	x	x
Numeri decimali: addizioni e sottrazioni			x	x	x
Numeri decimali: moltiplicazioni e divisioni				x	x
Problemi con risultati decimali (divisione)				x	x

☺☺ argomentazioni corrette, complete e soddisfacenti di livello superiore;

☺ argomentazioni corrette e soddisfacenti;

😐 argomentazioni corrette ma non soddisfacenti;

☹ argomentazioni non corrette.

COMMENTI per...

matematizzare la strategia utilizzata; interpretare gli errori; analizzare il linguaggio.

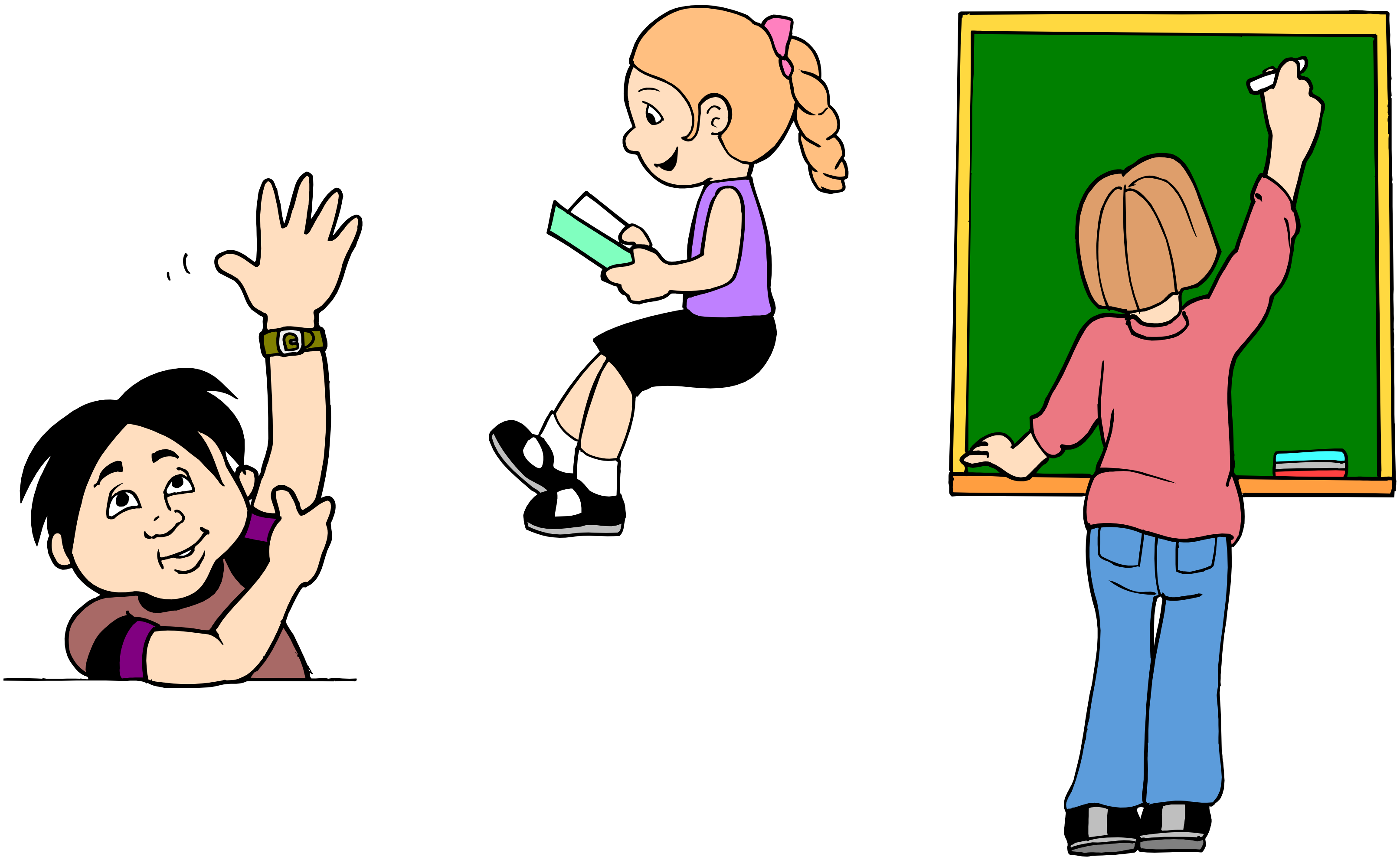
La catalogazione **non intende fissare parametri assoluti** per una valutazione quantitativa, bensì vuol essere uno stimolo e una risorsa per gli insegnanti nella fase di *educazione all'argomentazione*, come avvio alla dimostrazione matematica (vedi UMI-CIIM, Matematica 2001):

ARGOMENTARE : DIMOSTRARE = EFFICACIA : RIGORE

"[…] far apprendere agli allievi a non accontentarsi di rispondere con semplici affermazioni, ma a **giustificare** la loro risposta dando almeno una ragione."

(Raymond Duval, *Argomentare, dimostrare, spiegare: continuità o rottura cognitiva?*, Pitagora Editore)

“La lezione di matematica: parlare, leggere, scrivere...”



LA DISCUSSIONE MATEMATICA IN CLASSE da: Matematica 2001 / Commissione UMI-CIIM

LA DISCUSSIONE DI BILANCIO da: Interazione sociale e conoscenza a scuola: la discussione matematica - Bartolini, Boni, Ferri – Università di Modena

STANDARD 8: COMUNICAZIONE da: NCTM National Council of Teachers of Mathematics – STANDARDS 2000 - Panoramica deglistandard per i livelli pre-K-12

COMPETENZE DI FINE CICLO: APPRENDIMENTI FONDAMENTALI E APPROFONDIMENTI. PADRONANZA DELLA LINGUA da: Qu'apprend-on a l'ecole elementaire? les nouveaux programmes CNDP 2002 Centre national de documentation pédagogique

CONFRONTO PROGRAMMI 1985-CURRICOLO UMI-INDICAZIONI NAZIONALI 2004 - NUMERO E ARGOMENTAZIONE

"COMUNICARE MATEMATICAMENTE" E RAGIONAMENTO MATEMATICO da: TIMSS Trends in International Mathematics and Science Study – 2003

IL CONCETTO DI NUMERO NELLA STORIA DELLA MATEMATICA

Errore ~~e~~ è apprendimento

in matematica

autovalutazione e didattica metacognitiva della matematica

Errore non è spazzatura...

L’insegnante e l’errore

L’insegnante deve saper sbagliare di fronte ai propri allievi e saper dire loro di aver sbagliato.

È indispensabile **un’analisi spietata dei propri metodi di insegnamento e dell’immagine che diamo della matematica**, anche stando zitti o facendo stare zitti.

Capire davvero l’errore è condividere il pensiero. Non capita sempre di entrare in sintonia col pensiero di un altro, ma è una cosa bellissima. Capisco il tuo errore, lo condivido, mi sembra di sbagliare anch’io, però poi trovo le vie per farti evolvere. Questo capita molto di più agli allievi, tra allievi. Per questo è importante l’interazione in classe. Ce ne accorgiamo facendo discutere di matematica: gli allievi per motivi vari (per empatia, età, amicizia...) trovano le parole per evolvere verso la cosa giusta.

F. Arzarello, materiali per Avimes-Valmat 2001

Il linguaggio...

Il linguaggio della matematica è molto particolare:

•non è mai solo parlato;

•non è mai solo scritto

•non è mai solo lingua naturale;

•non è mai solo lingua simbolica.

È un misto, in cui soprattutto quando comincio a **scrivere**, a vedere quello che ho scritto e a parlare di quello che ho scritto, i **gesti e il linguaggio** gestuale diventano importanti. La sporcizia ed i linguaggi sono degli strumenti, la sporcizia è il contesto di partenza, i linguaggi sono gli strumenti che permettono questa evoluzione, ma anche i linguaggi sono sporchi!

F. Arzarello, materiali per Avimes-Valmat 2001

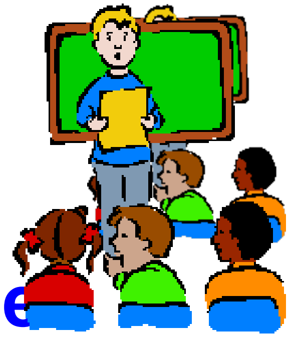
Necessità di interventi a un doppio livello

CONOSCENZE | **ATTEGGIAMENTI**

- Senza le prime la didattica è vuota
- Senza i secondi è cieca

"Occorre immaginare di lavorare su una serie di interventi per quanto possibile ad un doppio livello.
Attenzione però, doppio livello non vuol dire due tempi, vuol dire insieme.
Il **primo livello** è quello dei **contenuti**,
il **secondo livello** è quello degli **aspetti metacognitivi** che coinvolgono questi contenuti, il modo in cui si presentano le cose, il modo con cui si presentano le situazioni.
Senza i primi, senza i contenuti, la didattica ovviamente è vuota chiacchiera, senza i secondi è cieca, si insegnano tante cose ma conta molto il modo con cui le si fanno vedere.
Una didattica in qualche modo positiva dovrebbe avere questo aspetto del doppio livello,
per leggere e per intervenire proprio sulle difficoltà."
(Arzarello,2001)

Argomentare e congetturare



In contesti diversi, sperimentali, linguistici e matematici:

- ✓ **osservare, individuare e descrivere regolarità;**
- ✓ **produrre congetture, testarle, validare le congetture prodotte;**
- ✓ **riconoscere proprietà che caratterizzano oggetti matematici e l'importanza delle definizioni che le descrivono;**
- ✓ **giustificare affermazioni con semplici concatenazioni di proposizioni.**

Tempo dell' Argomentazione

Il tempo speso per sviluppare le abilità di argomentazione è tempo guadagnato.

Nella discussione matematica in classe

…

Nella fase di valutazione degli apprendimenti

DISCUSSIONE DI BILANCIO

La discussione di bilancio è l'interazione di grande gruppo orchestrata dall'insegnante allo scopo seguente:

socializzare e valutare collettivamente le strategie usate dai singoli allievi nella soluzione di un problema e costruire (quando è possibile) una o più rappresentazioni e soluzioni condivise da tutta la classe e consistenti con quelle costruite a livello adulto per mezzo di concetti e procedure matematiche.

LA DISCUSSIONE DI BILANCIO da: Interazione sociale e conoscenza a scuola: la discussione matematica - Bartolini, Boni, Ferri – Università di Modena

NCTM – National Council of Teachers of Mathematics

Standards 2000 –

Panoramica degli standard per i livelli pre-K -12

Standard 8: Comunicazione

I programmi di matematica devono utilizzare la **comunicazione** per favorire la comprensione in modo che tutti gli studenti:

- **organizzino e consolidino** il loro pensiero matematico per comunicare con gli altri;
- **esprimano idee matematiche** coerentemente e in maniera chiara ai compagni, agli insegnanti e agli altri;
- estendano le loro conoscenze matematiche **considerando i pensieri e le strategie altrui**;
- usino il **linguaggio matematico** come un preciso mezzo di espressione.

Gli standard sono suddivisi in livelli: i livelli **pre-K-2** (corrispondono al periodo che va dall'infanzia al secondo anno della scuola primaria italiana), i livelli **3-5** (corrispondono al terzo, quarto, quinto anno della scuola primaria italiana), i livelli **6-8** (scuola italiana secondaria di primo grado), i livelli **9-12** (scuola italiana secondaria di secondo grado).

Lingua e …Matematica

ÉCOLE ÉLÉMENTAIRE - LES NOUVEAUX PROGRAMMES - France

Centre national de documentation pédagogique. [www.cndp.fr]

Parlare

Leggere

Scrivere

Parlare

- utilizzare il lessico specifico della matematica in differenti situazioni didattiche messe in gioco;
- formulare oralmente, con l’aiuto dell’insegnante, un ragionamento rigoroso;
- partecipare a una discussione e scambiare argomentazioni a proposito della correttezza di una soluzione;

Leggere

- leggere correttamente una consegna di un esercizio, un enunciato di un problema;
- ricavare informazioni da un documento scritto, incluse le rappresentazioni (diagrammi, schemi, grafici);
- leggere e comprendere formulazioni specifiche (soprattutto in geometria);

Scrivere

- redigere un testo per comunicare il procedimento e il risultato di una ricerca individuale o collettiva della soluzione di un problema;
- elaborare, con l’aiuto dell’insegnante, scritti destinati a servire da riferimento in attività diverse.

Il **TIMSS** individua due dimensioni per la valutazione in matematica:

- NUCLEI MATEMATICI DI **CONTENUTO** (Mathematics Content Domains) cioè *Numero, Algebra, Misura, Geometria, Dati* che definiscono l'oggetto matematico specifico considerato dalla valutazione;

- NUCLEI MATEMATICI DI **CONOSCENZA** (Mathematics Cognitive Domains) cioè *"conoscere fatti e procedure", "usare concetti", "risolvere problemi di routine", "ragionare"* che definiscono gli insiemi di comportamenti che ci si aspetta dagli studenti quando affrontano i contenuti matematici.

MODELLIZZARE INTERPRETARE RAPPRESENTARE

Trends in **I**nternational **M**athematics and **S**cience **S**tudy

International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA)

Ragionare...

Risolvere problemi non di routine	Risolvere una serie di problemi in contesti matematici o della vita reale per i quali è improbabile che gli studenti abbiano incontrato item molto simili; applicare procedure matematiche in contesti non familiari. <u>Esempio per il grado 4</u> *In un paese speciale le persone scrivono i numeri nel modo seguente: 11 è scritto ▼▼✪, 42 è ❑❑✪✪ e 26 è ❑▼✪. Come scrivono 37 le persone di questo paese?*

Trends in **I**nternational **M**athematics and **S**cience **S**tudy

International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA)

I NUMERI...

NATURALI $\mathbb{N}$	N ={0, 1, 2, 3,...}	I Pitagorici (Grecia) fecero profondi studi sui numeri naturali e sulle loro proprietà (V-VI sec. a.C.).
INTERI $\mathbb{Z}$	Z = N ∪ {..., -3, -2, -1} cioè naturali più negativi	Introdotti dagli indiani(sec. VI e VII d.C.).
RAZIONALI $\mathbb{Q}$	$Q = \left\{ \frac{m}{n} \text{ con m, n appartenenti a Z} \right\}$ Un numero razionale può essere scritto in forma decimale - decimali limitati (es: ½ = 0,5) - decimali illimitati periodici 7/6=1,13333... cioè $1,1\overline{3}$ (si legge *tre periodico*)	Studio del rapporto tra due numeri (i Pitagorici li veneravano come i "descrittori del mondo"). I Babilonesi ed Egizi già utilizzavano frazioni con 1 al numeratore. Frazione deriva dal latino *fractio* che a sua volta deriva da *kasr* (arabo) che significa "rompere". La scrittura decimale di un numero razionale ha assunto forma definitiva nel 1400 con gli studi di al-Kashi matematico persiano. In Occidente si è diffusa con gli studi di Stevin nel "*Disme*".

I NUMERI…

IRRAZIONALI **I**	I = {decimali illimitati non periodici} Non possono essere scritti in forma frazionaria. $\pi = 3,14159\ldots$ (pi greco) $\sqrt{2} = 1,41421\ldots$(radice quadrata di 2)	Misure **incommensurabili** cioè non possono essere misurate con unità di misura comuni. Negate dai Pitagorici. Esempio: il lato unitario di un quadrato e la sua diagonale sono misure incommensurabili.
REALI $\mathbb{R}$	$R = Q \cup I \cup \{\pm\infty\}$	Furono definiti per ampliare il campo dei numeri dal matematico e filosofo arabo Omar Khayyam (XI sec.). Tra i numeri razionali e i numeri reali c'è la differenza della continuità: in **R** non ci sono buchi (es: rappresentazione della retta reale). Il campo dei numeri Reali si estende con l' infinito potenziale (∞) necessario per lo studio dell'analisi matematica.
COMPLESSI $\mathbb{C}$	$C = R \cup \{\sqrt{-1} = \mathbf{i}\}$ con **i** unità immaginaria	Sono stati definiti con lo studio dell'analisi matematica e necessari per dare soluzione all'equazione $x^2+1=0$ (che in **R** non ammette soluzione).

"La mia vita si fa nel narrarla e la memoria si fissa con la scrittura; ciò che non riverso in parole sulla carta lo cancella il tempo[…].

La scrittura è una lunga introspezione, è un viaggio verso le caverne più oscure della coscienza, una lenta meditazione. Scrivo a tentoni nel silenzio e nel cammino scopro particelle di verità, piccoli cristalli che stanno nel palmo di una mano e giustificano il mio passaggio per questo mondo...."

(Paula, Isabel Allende)

Embodiment

Alcune riflessioni su corpo idee linguaggio in matematica

Embodiment = dentro il corpo, radici corporee delle idee matematiche

“Where mathematics cames from” Lakoff, Nunez, 2000

La matematica proviene da noi.

La natura della matematica riguarda le idee concrete dell'uomo che sono fondate nel nostro corpo:

•non sono arbitrarie e non sono pure convinzioni sociali;

•sono profondamente emanate dal nostro corpo...

Il pensiero metaforico è qualcosa di profondo, di rilevante per la produzione di nuove conoscenze.

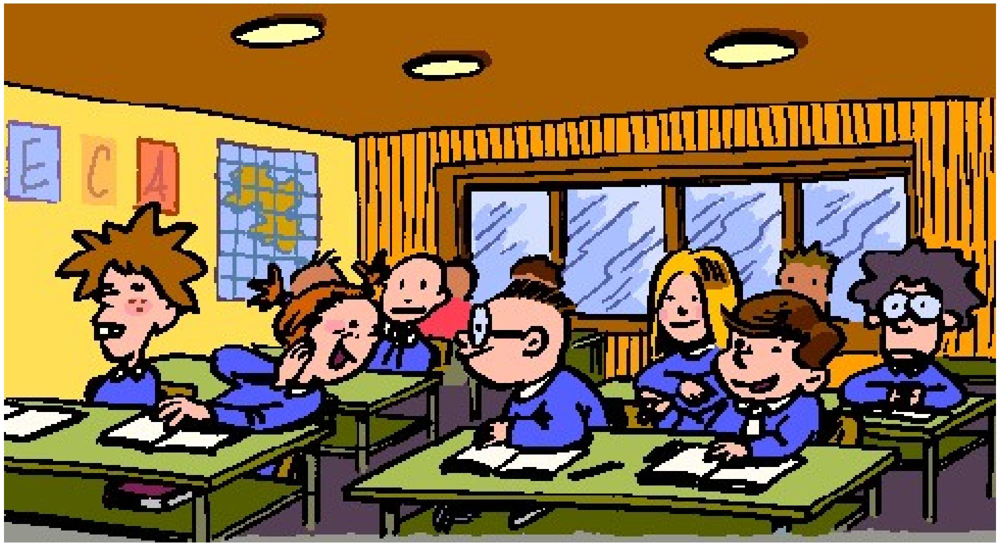
La metafora in matematica è quel qualcosa che mi permette di gettare una luce da un campo noto ad un campo ignoto.

CONTESTO

ATTENZIONE
ALLE CONSEGNE

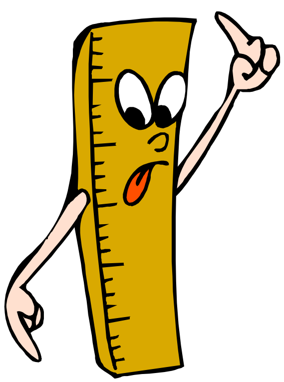
ABITUDINE
ALLA MOTIVAZIONE
DELLE SCELTE

ATTEGGIAMENTO
NON GIUDICANTE



CLIMA FAVOREVOLE

Esempi di discussione matematica:



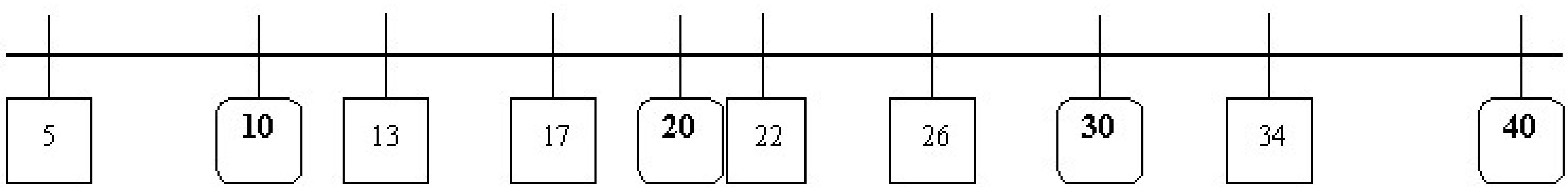
La retta numerica

Il righello spezzato

IL NUMERO / elemento di prova UMI.Ac.1
Comprendere il significato dei numeri, i modi per rappresentarli e il significato della notazione posizionale.

- **Livello di competenza:** **RICEVERE E INTERPRETARE UNA INFORMAZIONE**
- **Livello difficoltà prevista:** **MEDIO / FACILE**
- **Classe/i:** **1ª - 2ª**

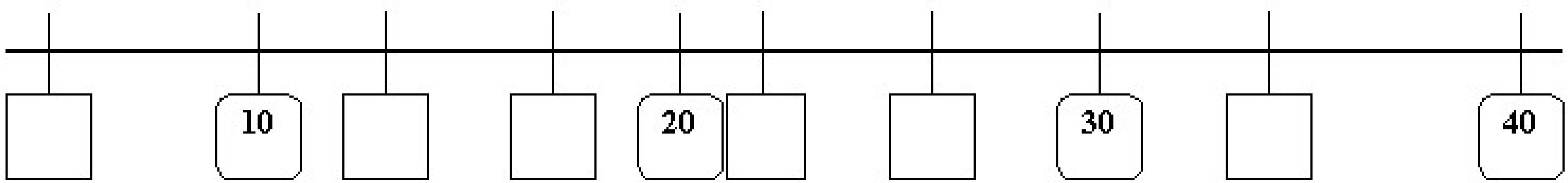
UMI.Ac.1 Matematica 2001 Il numero (pag. 67)	**Risposte corrette**	**Errori più frequenti**
Campo chiuso: completamento.	vedi dis. all.	9 – 11 – 12 – 21 – 22 – 31 9 – 11 – 19 – 21 – 29 – 31 ……



NUMERI SULLA RETTA

SCRIVI QUESTI NUMERI SULLA RETTA:

22 13 34 5 26 17



Io vedevo che era in ordine crescente, perché c'era prima il 10, poi il 20, poi il 30, poi il 40, e ho cercato il numero minore che c'era e per quello che ho messo il 5 davanti al 10.

Si doveva andare dal più piccolo al più grande e 5 era il più piccolo.

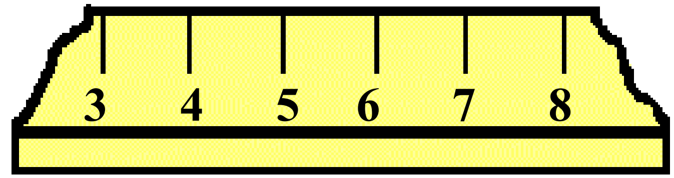
Dopo il 10 metto il 13, dopo il 10 ci sono 11 – 12 – 13, ma l'11 e il 12 non ci sono.

Secondo me è così perché dopo il 10, il 13 è il numero minore rimasto.

Poi metto il 17 perché dopo il 13, non ci sono il 14 , il 15 e il 16, quindi metto 17.

4^ - 5^ elementare

IL RIGHELLO SPEZZATO



A Giovanni è rimasto solo un frammento
del suo righello…
Spiega come può fare per misurare
la lunghezza del segmento disegnato qui sotto
utilizzando il pezzo di righello che gli è rimasto.

COMPETENZE INTERESSATE:

• Produrre semplici congetture.

• Validare le congetture prodotte, sia empiricamente,
sia mediante argomentazioni, sia ricorrendo ad eventuali
controesempi.


Io penserei che il 3 fosse lo 0 e segnerei il punto massimo dove posso arrivare e lo rimetterei e riconterei, poi sommerei le cifre e vedrei quanto è lungo il segmento..
Basta che prende un altro righello, con questo misura il righello spezzato, così con il righello spezzato può sapere quanto misura il segmento.
Deve contare il 3 come un 1 e l’8 come un 6 e poi vai avanti con il segmento.
Io andrei a comprarne un altro.

Alcuni interventi della “discussione di soluzione” in una classe 5^

Eugenio Io farei così: misurerei quanto è lungo il righello, quanti cm, poi comincerei ad appoggiarlo sul segmento e dove finisce faccio una piccola stanghetta, poi da lì riparto e faccio così fino alla fine del segmento …

Voci Poi li addizioni … o se no li moltiplichi per quante volte ..

Voci Anch'io, anch'io …

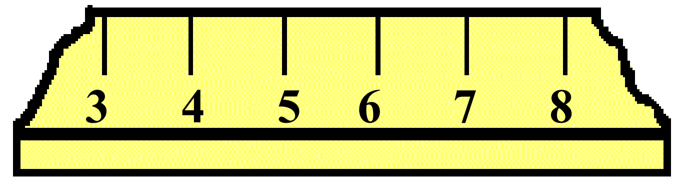
Insegnante Tutti d'accordo?

Tutti Sì, sì!

Insegnante Fai vedere praticamente.

Eugenio Allora, vedo quanti cm misura questo righello …

Insegnante Spiega cosa vuol dire vedo …



Eugenio Conto … quanto è lungo … Come se fosse un righello intero, cioè quanti cm misura.

Chiara B. (con il pezzo di righello in mano) **<u>Eugenio, questi due spazi che avanzano si potrebbero togliere e vedere …</u>**

Clelia Noo, si potrebbero addizionare, sono 5 e 5 … (mm)

Chiara B. Quindi gli spazi completamente pieni, diciamo di cm che ci sono tutti, sono 6 …

Voci Sono cinque …

Chiara B. Sì, però più i due altri (pezzetti millimetrati) sono sei.

Insegnante Adesso provate a spiegare come fate, ma senza farlo.

Voci Allora, abbiamo preso il righello rotto e abbiamo contatto che era lungo 6,1.

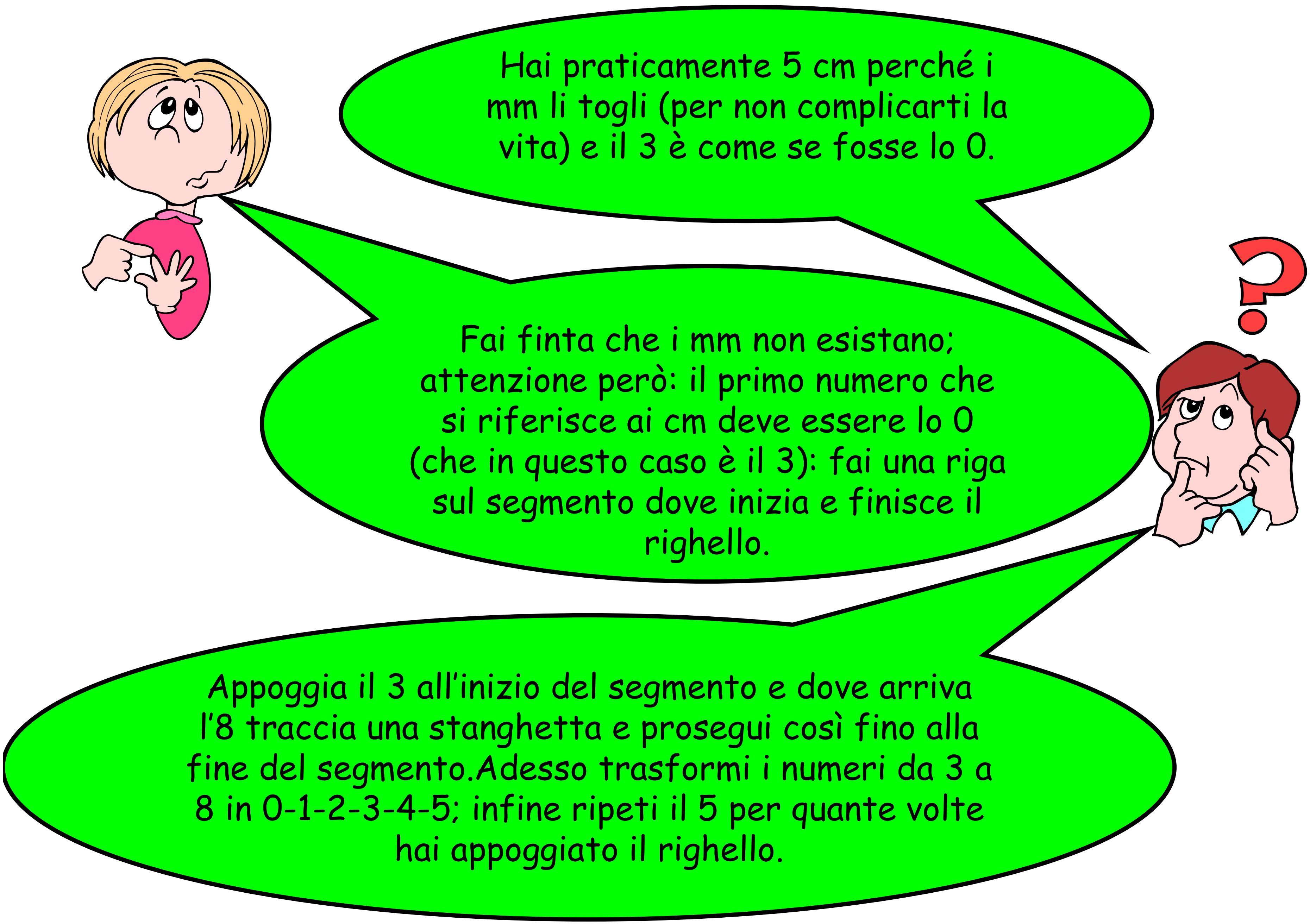
Insegnante Spiega bene come hai fatto a contare, perché io vedo scritti degli altri numeri.

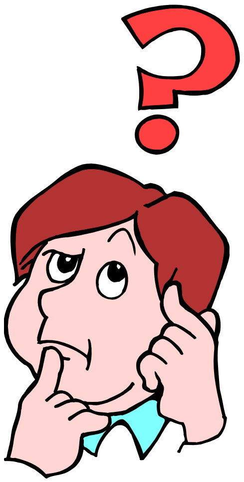
Voci Abbiamo fatto come se il tre fosse l'uno, il quattro il due, il cinque il tre, il sei fosse il quattro, il sette fosse il cinque e l'otto fosse il sei e poi contiamo i mm ...

Chiara B. **<u>Ma potresti toglierli benissimo quelli (mm) che avanzano e usare soltanto le misure intere !</u>**

Chiara ha ora chiaro il procedimento e porta argomenti forti e pertinenti riuscendo così a convincere i compagni.
Nel corso della discussione il 3 sarà poi considerato come 0.

La scheda è stata risomministrata dopo qualche giorno per verificare che effettivamente tutti i ragazzi avessero compreso la soluzione del problema.


Hai praticamente 5 cm perché i mm li togli (per non complicarti la vita) e il 3 è come se fosse lo 0.
Fai finta che i mm non esistano; attenzione però: il primo numero che si riferisce ai cm deve essere lo 0 (che in questo caso è il 3): fai una riga sul segmento dove inizia e finisce il righello.
Appoggia il 3 all’inizio del segmento e dove arriva l’8 traccia una stanghetta e prosegui così fino alla fine del segmento.Adesso trasformi i numeri da 3 a 8 in 0-1-2-3-4-5; infine ripeti il 5 per quante volte hai appoggiato il righello.



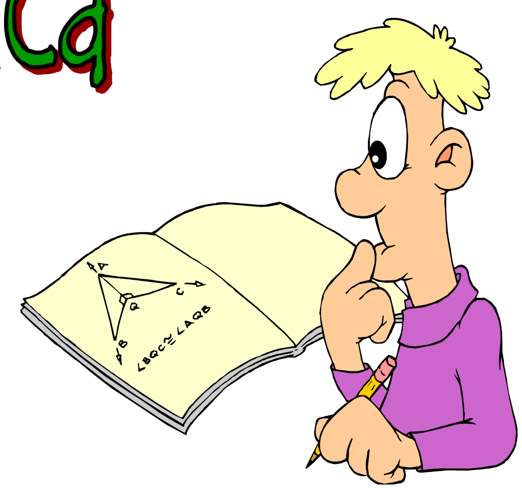
CAMPI APERTI A RISPOSTA ESTESA

- **Campi aperti a risposta estesa**

scrivere:

- ✓ **un ragionamento**
- ✓ **un procedimento**
- ✓ **dare una spiegazione**
- ✓ **argomentare** ***"…giustificare affermazioni con semplici concatenazioni di proposizioni "***

Comprendere il significato dei numeri: la retta numerica



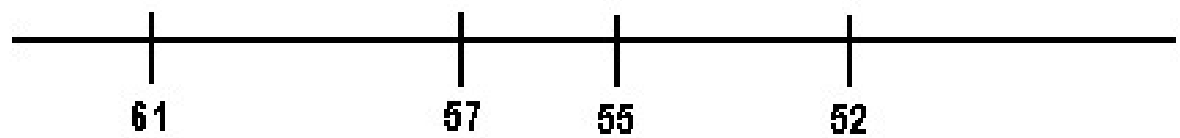
LEGGI CON ATTENZIONE.

LA MAESTRA HA DATO IL SEGUENTE ESERCIZIO:

METTI IN ORDINE SULLA RETTA I SEGUENTI NUMERI

57 61 52 55

OSSERVA LA SOLUZIONE DI LUCIA.



LUCIA HA FATTO GIUSTO? O SI O NO

SPIEGA PERCHÉ.

IL NUMERO / elemento di prova Ae.24
Comprendere il significato dei numeri, i modi per rappresentarli e il significato della notazione posizionale.

- **Livello di competenza:** **DARE UN SENSO A UN RISULTATO**
- **Livello di difficoltà prevista:** **MEDIO/DIFFICILE**
- **Classe:** **1ª - 2ª**

Ae.24			**Risposte corrette**	**Risposte non corrette**
Campo chiuso: vero/falso			si	no
Retta numeri naturali	[61,52]			
Campo aperto a risposta estesa.	La risposta precedente è ritenuta corretta se e solo se l'alunno spiega in modo soddisfacente che sono state rispettate le distanze sulla retta e il verso dell'ordinamento è a sinistra.			

	argomentazioni	commenti
☺	**sì/** Perché il 57 l'ha messo più vicino al 55 e più lontano dal 61 ; il 52 e il 55 sono un po' più lontani perché ci devono stare 2 numeri, il 54 e il 53 e bisogna lasciare un po' di spazio per loro.	
☺	**sì/** Anche se li ha messi **all'incontrario** lei li ha messi con **lo spazio giusto**.	Riferimento al verso e alle distanze
😐	**sì/** I numeri sono messi in ordine decrescente.	Non è scorretto concettualmente poiché i numeri sono effettivamente in ordine decrescente ma non viene colta l'importanza delle distanze e il verso: questo schema rispecchia alcuni esercizi standard che in realtà valutano l'ordinamento e non le conoscenze più intrinseche sulla retta.
☹	**no/** Lucia doveva mettere i numeri dal più piccolo al più grande.	Possibile schema legato alla visione della retta stereotipata con il verso dell'ordinamento a destra
☹	**no/** I numeri che Lucia ha messo sono giusti.	
☹	**no/** Lei deve scrivere i numeri che mancavano sulla linea.	Altro schema legato al modello di esercizi standard che richiedono di completare la retta con una successione continua di numeri:61,60,59,58,...

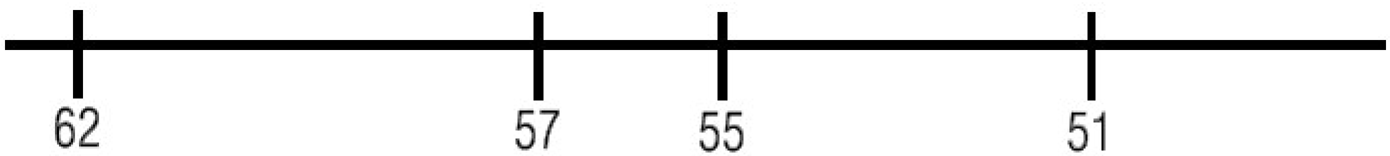
Dopo la sperimentazione nelle classi, al fine di migliorare l'item, si è creata la versione Ae.24_bis nella quale le differenze tra i numeri sono più maggiori.

LA MAESTRA HA DATO IL SEGUENTE ESERCIZIO:

METTI IN ORDINE SULLA RETTA I SEGUENTI NUMERI

57 62 51 55

OSSERVA LA SOLUZIONE DI LUCIA.



COMPRENDERE IL SIGNIFICATO DELLE OPERAZIONI

Area di competenza:

B. Comprendere il significato delle operazioni. Operare tra numeri in modo consapevole, sia mentalmente,sia per iscritto, sia con strumenti.

Livello di competenza:

e. DARE UN SENSO A UN RISULTATO

Livello difficoltà prevista:

MEDIO / DIFFICILE

Classe/i:

3ª - 4ª - 5ª

Osserva attentamente.

91	×	11	=	1001
182	×	11	=	2002
✱	×	11	=	4004

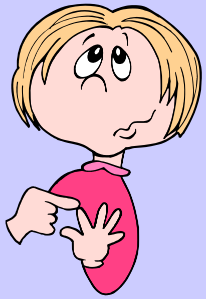
Che numero puoi scrivere al posto di ✱ ? ___________

Spiega come hai fatto per trovare quel numero.

____

Be.13	Risposta corretta	Errori più frequenti
Campo aperto a risposta breve.	364	404
Campo aperto a risposta estesa.	$\begin{cases} a\,\mathbf{k} = b \\ 2a\,\mathbf{k} = 2b \\ \ast\,\mathbf{k} = 2(2b) \end{cases}$ per $\mathbf{k}=11$, $a = 91$, $b = 1001$ allora $\ast = 2(2a)$ L'alunno spiega in modo soddisfacente che: $4004 = 4 \times 1001$ (oppure 2×2002), $11 = k$ è costante **allora** $\ast = 4 \times 91$ (oppure 2×182) cioè $\ast = 364$ *oppure* utilizza l'operazione inversa alla moltiplicazione $4004 : 11 = 364$	

91	×	11	=	1001
182	×	11	=	2002
✱	×	11	=	4004



Che numero puoi scrivere al posto di ✱ ? 364

Spiega come hai fatto per trovare quel numero.

Se il secondo fattore rimane uguale vuol dire che il problema é nel prodotto e nel 1° fattore.
Il risultato é sempre il doppio di quello prima.
allora é così anche nel 1° fattore: 182·2=364

11 è costante.

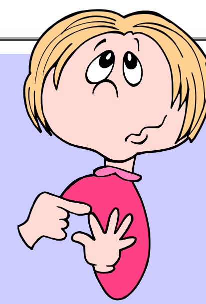
4004 = 2 (2b)

→ 364 = 2 (2a)

Prima di tutto ho osservato i numeri moltiplicati e ho visto che erano uno il doppio dell'altro.
Poi ho guardato il moltiplicatore e ho visto che era sempre uguale.
Dopo ho guardato il risultato e ho visto che era sempre il doppio: 91x2=182, 1001x2=2002, 2002x2=4004.
Allora ho capito che il terzo numero moltiplicato era il doppio del secondo numero moltiplicato e il ~~triplo~~ quadruplo del primo numero moltiplicato:

$$\begin{array}{r} 91\times \\ 4 \\ \hline 364 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 182\times \\ 2 \\ \hline 364 \end{array}$$

91	x	11	=	1001
182	x	11	=	2002
*	x	11	=	4004



11 è costante

2002 =2b e 4004=2(2b)

→ 4a = 364 e 2(2a) = 364

☹ 3993/ Perché ho fatto 4004-11

😐 364/ Ho notato che i numeri moltiplicati formano l'inizio della tabellina del 91 e anche i risultati formano la tabellina del 1001, così ho moltiplicato 91x4.

☺ 364/ Perché ho fatto l'operazione inversa, cioè la divisione. 4004:11 ed ho ottenuto il numero nascosto 364.

☹ 273/ Perché mi sono accorto che il numero 182 è il doppio di 91 cioè quello prima e allora se i risultati sono sempre il doppio di quello precedente ho pensato di fare 91x3.

😐 364/ Siccome è sempre il doppio basta fare 182 per 2 che fa 364.

IL NUMERO / elemento di prova Be.13
Comprendere il significato delle operazioni.
Operare tra numeri in modo consapevole, sia mentalmente, sia per iscritto, sia con strumenti.

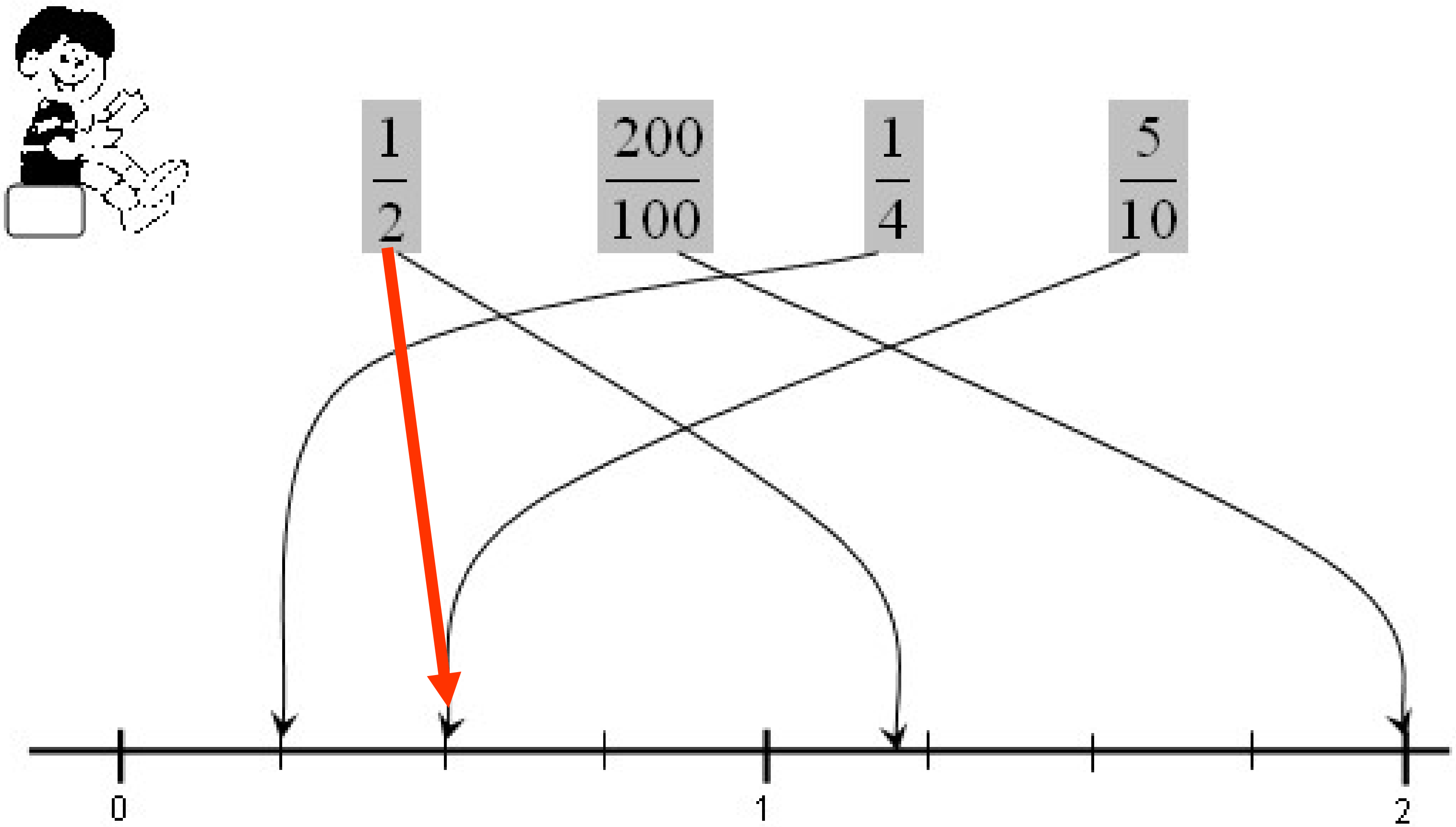
	argomentazioni	commenti
☺☺	**364/** Se il **secondo fattore rimane uguale** vuol dire che il **problema è nel prodotto del primo fattore**. Il risultato è sempre il doppio di quello prima. Allora è anche così nel primo fattore: 182 x 2 = 364.	11 è costante. 4004 = 2 (2b) → 364 = 2 (2a)
☺☺	**364/** Prima di tutto ho osservato i numeri moltiplicati e ho visto che erano uno il doppio dell'altro. Poi ho guardato **il moltiplicatore e ho visto che era sempre uguale**. Poi ho visto il risultato e ho visto che era sempre il doppio: 91x2=182 1001x2=2002 2002x2=4004. Allora ho capito che il terzo numero moltiplicato era il doppio del secondo numero moltiplicato e il quadruplo del primo numero moltiplicato. 91x4=364 e 182x2=364.	11 è costante 2002 =2b e 4004=2(2b) → 4a = 364 e 2(2a) = 364
☺☺	**364/** Ho visto che bastava fare 91x4 che fa 364 perché il 4004 era 4 volte il 1001 e la moltiplicazione per 11 non cambiava.	4b = 4004 → 4a = 364 perché 11 è costante
☺	**364/** Perché ho fatto l'operazione inversa, cioè la divisione. 4004:11 ed ho ottenuto il numero nascosto 364.	4004:11 = 364
😐	**364/** Siccome è sempre il doppio basta fare 182 per 2 che fa 364.	Non esplicita il fatto che 11 sia costante.

IL NUMERO / elemento di prova Be.13
Comprendere il significato delle operazioni.
Operare tra numeri in modo consapevole, sia mentalmente, sia per iscritto, sia con strumenti.

	argomentazioni	commenti
😐	**364**/ Ho notato che i numeri moltiplicati formano l'inizio della tabellina del 91 e anche i risultati formano la tabellina del 1001, così ho moltiplicato 91x4.	Non esplicita il fatto che 11 sia costante.
😐	**364/** Perché, visto che 4 004 è il doppio di 2 002, è sufficiente raddoppiare 182.	Non esplicita il fatto che 11 sia costante.
😐	**364**/ Sono arrivata al numero 364 guardando soprattutto i moltiplicandi e i risultati. Ho notato che i risultati sono uno il doppio dell'altro, come anche i moltiplicandi, solo che manca l'ultimo. Ho moltiplicato 182 x 2 e ho ottenuto 364. Ho verificato 364 x 11=4004.	Non esplicita il fatto che 11 sia costante.
😐	**364/** Ho calcolato.	Non argomenta.
☹	**3993**/ Perché ho fatto 4004-11	Sembra considerare la sottrazione come operazione inversa della moltiplicazione.
☹	**273**/ Perché mi sono accorto che il numero 182 è il doppio di 91 cioè quello prima e allora se i risultati sono sempre il doppio di quello precedente ho pensato di fare 91x3.	

Esercitazione

Osserva come Pierino ha collocato le frazioni sulla retta.



Pierino ha commesso un errore.

Spiega quale errore ha commesso Pierino.

FINE