Progetto VALMAT

Rete di scuole PIEMONTE
Progetti per l'Autovalutazione
di Istituto e il Miglioramento
dell'Efficacia della Scuola

...3,14159 26535 89793 23846 26433 83279 50288 41971 69399 37510 58209 74944

IL NUMERO

Catalogo per la scuola primaria
curato da

Mariangela De Luca
Marina Gilardi
Paola Migliano
Ketty Savioli

con la collaborazione di
Silvia Beltramino

in base alle proposte
della commissione UMI-CIIM

e alle sperimentazioni
dei docenti partecipanti ai Corsi di formazione
della Rete di scuole AVIMES
nell'anno scolastico 2003/2004

Supervisione pedagogica e coordinamento del progetto: **Silvana Mosca**

Materiale a circolazione interna per i Corsi di formazione-sperimentazione 2004/2005

Torino, Gennaio 2005

Prefazione

Il fascicolo "Il numero" contiene un insieme di proposte per l'autovalutazione didattica in matematica nella scuola primaria.

Presenta 79 elementi di prova o situazioni per la valutazione dei processi e dei risultati di apprendimento degli allievi, in funzione dell'analisi, osservazione, riflessione degli insegnanti e dei ragazzi stessi sulle conoscenze, abilità e consapevolezze metacognitive proprie della specificità matematica, segnatamente del contenuto "Il numero".

Le proposte valutative contenute nel catalogo sono per la più parte con struttura a risposta aperta estesa di tipo argomentativo. Le domande a risposta aperta breve od obbligata e a risposta multipla sono quasi sempre accompagnate dalla richiesta di motivare la risposta data.

Le proposte di valutazione sono precedute, oltre che da una introduzione informativa sulla struttura del catalogo (criteri di classificazione, norme di correzione ecc.) da alcuni contributi di studio idonei a far conoscere il framework teorico su cui sono basati gli elementi di prova e gli approcci didattici di miglioramento che potranno conseguire dai risultati valutativi ottenuti.

In particolare la sezione documenti presenta contributi su:

- la discussione matematica
- la comunicazione in matematica
- le competenze matematiche, riferite ad ambiti trasversali e alla specificità del numero
- il ragionamento matematico
- il concetto di numero nella storia della matematica.

Il framework teorico è declinato tenendo conto del contesto di ricerca didattica internazionale (Standards degli Stati Uniti – NCTM 2000, Programmi francesi 2002, Approccio metacognitivo di VALMAT), nazionale (Curricolo di Matematica UMI-CIIM 2000) e dei recenti Piani di studio ex L.53-DPR 59/03, comparati con i precedenti Programmi '85.

Le proposte di valutazione ed autovalutazione derivano dal lavoro e dal contributo degli insegnanti, formatori ed esperti che hanno operato negli ultimi anni nella Rete AVIMES e nel progetto europeo VALMAT (Sviluppo professionale e autovalutazione nella scuola che apprende: il caso della matematica).

L'introduzione al Catalogo esplicita tutti questi aspetti e pone in evidenza l'opzione metodologica e progettuale adottata, che concentra l'autovalutazione, il monitoraggio e il miglioramento didattico sul contenuto "NUMERO" e sull'abilità di processo "ARGOMENTARE".

L'apprendimento del contenuto Numero e del nucleo Argomentare appare centrale e irrinunciabile nella scuola primaria, sia che si intendano perseguire traguardi "minimi" ed "essenziali" sia che si miri ad ottenere prestazioni più elevate. Resta fermo che le indicazioni prospettate sollecitano allievi ed insegnanti a sviluppare il massimo delle loro potenzialità, a partire dal "rendersi conto" di ciò che stanno "insegnando ed imparando".

Non è estraneo alla scelta compiuta l'intento di contribuire ad elevare i livelli di risultato dell'insegnamento secondo le aspirazioni del rapporto del Consiglio dei Ministri dell'istruzione della UE e della Commissione Europea "Istruzione e formazione 2010" del marzo 2004.

Il contesto valutativo internazionale viene qui di seguito illustrato con alcuni dati relativi ai livelli di prestazione in matematica rilevati in 3 indagini: IEA-TIMSS 2003, per gli allievi del 4^ anno; OCSE-PISA 2003 per i ragazzi quindicenni; VALMAT (PM5) per la 5^ o 6^ classe.

I dati sono di recente diffusione e derivano da test piuttosto diversi fra loro: TIMSS utilizza test sommativi, collegati ai curricoli ufficiali, con enfasi sul ragionamento. PISA utilizza test "liberi" dai curricoli con enfasi sugli aspetti di utilizzo delle conoscenze nei contesti di vita; VALMAT utilizza test diagnostici collegati alle parti più innovative del curricolo con enfasi sulle componenti metacognitive.

Ecco alcuni dati e alcune considerazioni.

Si precisa che i punteggi sono calcolati in modo diverso nelle 3 indagini. Le comparazioni sono praticabili solo all'interno di ciascuna indagine.

IEA-TIMSS 2003
Distribuzione dei livelli di apprendimento in Matematica – 4^ anno di scolarità

	Punteggio	**Anni di scolarizzazione**	**Età media**
Singapore	594 (± 5,6)	4	10,3
Hong Kong, SAR	575 (± 3,2)	4	10,2
Giappone	565 (± 1,6)	4	10,4
[...]			
Belgio (fiammingo)	551 (± 1,8)	4	10
Olanda	540 (± 2,1)	4	10,2
[...]			
Inghilterra	531 (± 3,7)	5	10,3
Ungheria	529 (± 3,1)	4	10,5
Stati Uniti	518 (± 2,4)	4	10,2
Cipro	510 (± 2,4)	4	9,9
[...]			
Italia	503 (± 3,7)	4	9,8
Australia	499 (± 3,9)	4 o 5	9,9
Media internazionale	**495 (± 0,8)**	**4**	**10,3**
[...]			
Scozia	490 (± 3,3)	5	9,7
[...]			
Norvegia	451 (± 2,3)	4	9,8
[...]			
Tunisia	339 (± 4,7)	4	10,4

Tratto da "Tab. 2 - TIMSS 2003: risultati della rilevazione internazionale sugli apprendimenti in matematica e scienze in 50 paesi" Rapporto per l'Italia, INValsi, dicembre 2004.

Per il quarto anno di scolarità, la differenza tra 495 punti della media internazionale e 503 punti dell'Italia è significativa, anche se di poco al di sopra della media. Se si considera il dato della macro-area del nord-ovest (Val d'Aosta, Piemonte, Liguria, Lombardia) la differenza è più significativa: 516 punti per l'Italia nord-ovest a fronte della media internazionale di 495.

I valori complessivamente contenuti dell'Italia sono da addurre – fra gli altri – al fatto che solo il 6% degli allievi raggiunge prestazioni elevate, mentre Singapore ha il 25% di allievi che raggiunge il benchmark avanzato, l'Inghilterra il 15%, gli Stati Uniti il 13% e il Giappone il 12%.

Si evidenzia da un lato un soddisfacente risultato rispetto a traguardi minimi raggiunti, ma di contro compare la carenza percentuale di prestazioni di livello "superiore". Quest'ultimo aspetto pone una sfida al sistema scolastico che appare degna di essere raccolta.

Dai risultati analitici di questa e di altre rilevazioni internazionali, tra cui PISA, 2000 e 2003 per ragazzi di 15 anni (2° anno scolastico secondaria superiore) e dalle ricerche su minore scala condotte nell'ambito del progetto VALMAT per ragazzi di 10/11 anni (5° anno scuola primaria, 1° anno secondaria) emergono in particolare risultati relativamente scarsi per l'Italia circa le capacità di risposta ad item aperti argomentativi.

In PISA, ad esempio, gli item a risposta aperta estesa, solitamente proposti per rilevare prestazioni d'ordine superiore, vengono spesso omessi dai rispondenti italiani oppure non compresi.

Complessivamente può essere interessante osservare i dati ottenuti dall'Italia nell'indagine PISA 2003, per i quindicenni, che sono meno confortanti di quelli degli allievi della primaria.

OCSE-PISA 2003
Selezione punteggi medi di alcuni paesi in Matematica per quindicenni scolarizzati

	Punteggio
Hong Kong – Cina	550 (± 4,5)
Finlandia	544 (± 1,9)
[...]	
Olanda	538 (± 3,1)
Giappone	544 (± 4,0)
Canada	532 (± 1,8)
[...]	
Svizzera	527 (± 3,4)
[...]	
Francia	511 (± 2,5)
Svezia	509 (± 2,6)
Austria	506 (± 3,3)
Germania	503 (± 3,3)
Media internazionale	**500**
Norvegia	495 (± 2,4)
[...]	
Polonia	490 (± 2,5)
Ungheria	490 (± 2,8)
Spagna	485 (± 2,4)
USA	483 (± 2,9)
[...]	
Italia	466 (± 3,1)
Grecia	445 (± 3,9)
[...]	
Brasile	356 (± 4,8)

Fonte Rapporto OCSE-PISA 2003 Prima Sintesi per l'Italia, Roma INValsi, dicembre 2004.

OCSE-PISA 2003
Punteggi di Matematica per area geografica

	Media punteggio
Nord Ovest	510 (± 5,1)
Italia	466 (± 3,1)
Nord Est	511 (± 7,7)
Centro	472 (± 5,6)
Sud	428 (± 8,2)
Sud Isole	423 (± 6,1)

Fonte Rapporto OCSE-PISA 2003 Prima Sintesi per l'Italia, Roma INValsi, dicembre 2004.

E' evidente la disparità di esiti nelle diverse macro aree geografiche. Il nord ovest raggiunge, con 510 punti, il livello della Francia ed è leggermente superiore, ad esempio, alla Germania.

Relativamente ai livelli più elevati di competenza matematica, gli studenti italiani raggiungono il livello più elevato della scala PISA solo per l'1,5%, contro una media OCSE del 10,6%. Globalmente solo il 7% dei rispondenti italiani si colloca ai livelli più alti, contro il 16% della media OCSE.

VALMAT (PM5) 2002 per allievi di 5^/6^ classe – Statistiche comparative

Algoritmi aritmetici (max 5 punti)

			Età allievi
Granada	2,43	(1,30)	11
Torino 2001	2,60	(1,30)	10 e 1/2
Torino 2002	2,61	(1,25)	10 e 1/2
Budapest	3,06	(1,20)	11 e 1/2
Totale	**2,63**	**(1,28)**	

Risoluzione di problemi aritmetici (max 8 punti)

Granada	3,64	(2,47)
Torino 2001	5,28	(2,14)
Torino 2002	5,12	(2,38)
Budapest	4,83	(2,70)
Totale	**5,03**	**(2,37)**

Operazioni con decimali (max 2 punti)

Granada	1,24	(0,78)
Torino 2001	1,53	(0,67)
Torino 2002	1,54	(0,68)
Budapest	1,58	(0,67)
Totale	**1,52**	**(0,69)**

Calcolo mentale (max 6 punti)

			Età allievi
Granada	3,60	(1,80)	11
Torino 2001	3,88	(1,78)	10 e 1/2
Torino 2002	4,12	(1,69)	10 e 1/2
Budapest	4,95	(1,41)	11 e 1/2
Totale	**4,07**	**(1,74)**	

Retta numerica razionale (max 4 punti)

Granada	1,59	(1,30)
Torino 2001	1,88	(1,30)
Torino 2002	1,85	(1,40)
Budapest	2,75	(1,39)
Totale	**1,92**	**(1,40)**

Analisi e interpretazioni di risultati più estese ed approfondite sarebbero oltremodo interessanti e utili per individuare nodi critici e per suggerire ipotesi migliorative.

I dati di TIMSS e PISA sopra riportati si riferiscono a test sommativi e a obiettivi ed abilità sovra-nazionali, capaci di fornire informazioni di insieme sull'efficacia dei sistemi scolastici.

I dati sono derivati da campioni rigorosamente individuati: nel caso del TIMSS 2003 - 4^ grado da 4282 allievi di 172 classi di altrettante scuole, in diverse zone d'Italia; nel caso di PISA da 11.000 studenti (individuati singolarmente e per classe) di 407 scuole delle diverse regioni.

Per quanto concerne VALMAT si tratta di prove oggettive diagnostiche, somministrate a campioni di scuole volontarie, aderenti alla ricerca-azione, per un totale di 2.537 allievi (di cui 930 + 1.165 a Torino, 207 a Granada, 235 a Budapest).

La ricerca mirava a porre in evidenza tanto le risposte corrette quanto le diverse tipologie di risposte errate, con lo scopo di fornire agli insegnanti informazioni utili a meglio conoscere i percorsi mentali degli allievi e a riflettere sulle relazioni tra le prestazioni degli allievi e le modalità didattiche poste in essere dagli insegnanti stessi.

Le proposte esposte nel fascicolo AVIMES "Il Numero" non hanno finalità valutative né sommative né di sistema; sono più vicine ad un approccio diagnostico. Presentano caratteristiche funzionali alla valutazione cosiddetta periodica dei singoli allievi, e possono fornire informazioni d'ordine quantitativo e qualitativo in funzione dell'autovalutazione sia da parte dell'allievo sia da parte dell'insegnante.

Tuttavia, poiché la comparazione è condizione basilare per la valutazione e l'autovalutazione, le proposte di prove hanno un formato che consente e sostiene una somministrazione e una conseguente lettura e codifica delle risposte rigorosamente confrontabili.

La ricerca-azione di pilotaggio potrà condurre alla raccolta di preziosi elementi di esperienza sul campo, idonei sia a sintesi utilizzabili per successive diffusioni sia a studi di caso.

La presente versione del catalogo di prove "Il Numero" deriva peraltro da due pilotaggi precedenti, che hanno dato luogo a revisioni e perfezionamenti, sui quali si basa l'affidabilità dello strumento e la presumibile pregnanza dei riscontri che si otterranno con applicazioni d'aula in diverse realtà.

Al di là degli scopi prettamente valutativi e autovalutativi, il catalogo si propone come un contributo sostanzialmente orientato al miglioramento delle pratiche e dei risultati didattici della matematica.

L'approccio della rete AVIMES e del collegato progetto VALMAT all'autovalutazione in matematica prospetta un apprendimento di tutti gli "attori" dell'organizzazione-scuola a partire dal feedback dell'autovalutazione.

L'istanza metacognitiva è strutturale a questo approccio e implica che le strategie di comprensione, conquista e uso della matematica siano palestra di insegnamento-apprendimento; nel caso qui considerato dette strategie vengono indotte, promosse, "coltivate", esplorate ed autocontrollate progressivamente dall'argomentazione comunicativa.

L'allievo viene sospinto non soltanto a leggere e ad esaminare con attenzione la consegna data, ma anche ad operare mentalmente e ad esplicitare le proprie strategie e conclusioni.

In un approccio quale quello descritto, non viene meno uno dei tratti distinti di AVIMES e VALMAT che è sintetizzato nell'espressione "Errore e (è) apprendimento".

Il progetto indica come rilevanti per lo sviluppo professionale degli insegnanti e l'aumento della qualità educativa l'insieme delle seguenti azioni di ricerca didattica.

Applicare le proposte valutative, contestualizzarle nella didattica, osservare se stessi e gli allievi nel percorso cognitivo di risposta, registrare, classificare, analizzare i protocolli dei bambini, discutere tra insegnanti e con gli esperti, riflettere e "ri-lanciare" l'avventura didattica, sostenere gli allievi a padroneggiare sempre più essi stessi il proprio apprendimento.

A conclusione dell'attività, l'edizione definitiva del lavoro di documentazione potrà dare riscontro tangibile del concorso di tutti e sostenere la motivazione a ulteriori sviluppi.

Un grazie e un vivo apprezzamento a tutti coloro – insegnanti, formatori, bambini, dirigenti scolastici, personale delle scuole ed esperti – che hanno contribuito alla costruzione del presente fascicolo.

Torino, gennaio 2005

La Coordinatrice del Progetto
Silvana Mosca

Il fascicolo "Il Numero" è materiale a circolazione interna nella rete di scuole AVIMES (AutoValutazione di Istituto per il Miglioramento dell'Efficacia della Scuola).
E' stato realizzato nell'ambito dei Gruppi di Ricerca-Azione sull'autovalutazione in matematica per la scuola primaria in collegamento con gli sviluppi del progetto europeo VALMAT.

I nominativi dei docenti partecipanti e delle insegnanti curatrici sono dettagliatamente elencati all'interno del fascicolo. Ove non diversamente specificato il lavoro è di tipo collettivo ed è protetto dal copyright AVIMES-VALMAT.
La direzione dei corsi è del Dott. Massimo Perotti, Dirigente Scolastico Circolo Didattico Chieri III°.
La supervisione matematica è del Prof. Ferdinando Arzarello, Università di Torino, e Presidente CIIM.
La supervisione pedagogica è di Silvana Mosca, Dirigente Tecnico USR Piemonte e Coordinatrice del progetto VALMAT.
La stampa del volume e la realizzazione del CD-ROM sono stati resi possibili dal contributo della Commissione Europea, progetto VALMAT.

Informazioni Rete AVIMES:
presso Circolo Didattico Chieri III° - Tel. 011/9471943 - Fax 011/9478370 - E-mail: circolo3@tin.it
Sito web: www.avimes.it

Presentazione del Catalogo
“IL NUMERO”

Questo catalogo è il frutto di un lavoro profondo e meticoloso che si è basato sul nostro principale obiettivo di questi anni: migliorare la didattica della matematica nell’ottica del recupero dell’errore utilizzando l’efficacia della metodologia dell’ argomentazione e della discussione. Il “*saper parlare e comunicare matematicamente*”, il “*saper esporre il proprio ragionamento”* da parte dell’allievo in un processo risolutivo permette all’insegnante di avere chiarezza su ciò che produce una risposta: le strategie di soluzione, le intenzioni o i misconcetti.

Il materiale dal quale abbiamo tratto ispirazione è “*Matematica 2001*” proposto dall’ UMI-CIIM; in particolare abbiamo focalizzato l’attenzione sul nucleo tematico il NUMERO e sul nucleo di processo ARGOMENTARE. È stata una scelta dettata dalla necessità di far luce e chiarezza su alcuni aspetti cruciali della didattica della matematica relativa al numero (intero, decimale, frazionario):

- la lettura e scrittura di numeri;
- il calcolo;
- il confronto e l’ordinamento;
- la retta dei numeri.

In particolare per la retta abbiamo tenuto conto di alcuni punti fondamentali:

- la retta intesa come strumento di proiezione di tutti i numeri (reali), dove esiste una corrispondenza biunivoca tra tutti i punti e i numeri (reali):ogni punto è un numero e viceversa;
- il senso della continuità, dell’infinito (prima e dopo lo 0, considerato l’origine); l’assenza di “buchi” (tra l’1 e il 2 non c’è il vuoto);
- sulla retta può cambiare il verso di percorrenza; possono anche cambiare gli intervalli di riferimento e l’unità di misura (per ogni item relativo alla retta sono presenti tali indicazioni);
- le scritture con o senza tacche non sono altro che appendici grafiche per definire un punto e non è assolutamente necessario segnarle tutte;
- la necessità didattica di saper individuare punti (relativi a numeri) con l’ausilio del righello.

A questo proposito, poiché la scelta delle unità di misura è stata fatta in modo da permettere un agevole utilizzo del righello per le partizioni, si ricorda di NON rimpicciolire le fotocopie in fase di duplicazione.

Durante il corso di approfondimento del 2003 sono stati creati elementi di prova poi pilotati nelle classi delle scuole della Rete Avimes. Successivamente il gruppo di Matematica ha iniziato una ulteriore revisione di tutti gli item (oltre 100) selezionandone in tutto 79. Tali item sono stati somministrati per un ulteriore pilotaggio e per verificare le modifiche apportate.

Per tutti gli item si è cercato di dare una formattazione e una veste grafica comune che rispettasse alcuni standard di leggibilità (per esempio per la classe I si è scelto di utilizzare sempre lo stampatello maiuscolo), di impaginazione (un item per pagina), di grafica (se nell’item si chiede di spiegare un procedimento risolutivo già dato c’è un’immagine di un bimbo o una bimba che rappresentano i “solutori” esterni).

Inoltre ogni item è stato classificato seguendo degli indicatori comuni schematizzati in questo modo:

<u>AREE DI COMPETENZA</u> (da UMI):

A. Comprendere il significato dei numeri, i modi per rappresentarli e il significato della notazione posizionale.

B. Comprendere il significato delle operazioni.
Operare tra numeri in modo consapevole, sia mentalmente, sia per iscritto, sia con strumenti.

C. Usare il ragionamento aritmetico e la modellizzazione numerica per risolvere problemi tratti dal mondo reale o interni alla matematica.

<u>LIVELLO DI COMPETENZA</u> (secondo la DEP)

a. Applicare una tecnica.
b. Utilizzare una conoscenza.
c. Ricevere e interpretare una informazione.
d. Analizzare una situazione e organizzare un procedimento risolutivo.
e. Dare un senso a un risultato.

<u>LIVELLO DI DIFFICOLTÀ PREVISTA</u>
La classificazione è avvenuta in base al livello di competenza richiesta:

	facile	**medio-facile**	**medio-difficile**	**difficile**
a. Applicare una tecnica				
b. Utilizzare una conoscenza	x	x		
c. Ricevere e interpretare una informazione		x	x	
d. Analizzare una situazione e organizzare un procedimento risolutivo			x	x
e. Dare un senso a un risultato			x	x

<u>CLASSE</u>
La classificazione è avvenuta in base ai contenuti; in particolare:

	1ª	**2ª**	**3ª**	**4ª**	**5ª**
Numeri interi entro il 100	x	x			
Numeri interi con tre cifre		x	x		
Numeri interi con quattro o più cifre				x	x
Numeri decimali: confronto e ordinamento			x	x	x
Numeri decimali: addizioni e sottrazioni			x	x	x
Numeri decimali: moltiplicazioni e divisioni				x	x
Problemi con risultati decimali (divisione)				x	x

Ogni item è stato codificato in modo che il suo nome sintetizzi il livello di prestazione richiesta (vedi tabella riassuntiva a pag. 1) come si può vedere dall'esempio:

UMI . B e . 3

item **UMI** rivisto

Area di competenza: **B**
Comprendere il significato delle operazioni. Operare tra numeri in modo consapevole, sia mentalmente, sia per iscritto, sia con strumenti.

Livello di competenza:e
Dare un senso a un risultato

numero progressivo

Per ogni item è prevista la <u>GRIGLIA DI CORREZIONE</u> dettagliata:

- Per i campi chiusi: sono indicate le risposte corrette e le risposte non corrette.
- Per i campi aperti a risposta breve:sono indicate le risposte corrette e gli errori più frequenti.
- Per i campi aperti a risposa estesa: sono indicate le condizioni per cui una risposta argomentativa è corretta e soddisfacente; in particolare dai protocolli dei bambini sono state selezionate alcune delle tipologie più rappresentative di argomentazione e gli esempi sono stati suddivisi in questo modo:
  - argomentazioni corrette e soddisfacenti (☺,☺☺);
  - argomentazioni corrette ma non soddisfacenti (😐);
  - argomentazioni non corrette (☹).

“La lezione di matematica: parlare, leggere, scrivere...”

In questa sezione abbiamo inserito alcuni materiali importanti e utili come spunto e supporto per approfondire le tematiche della comunicazione in matematica, delle competenze e degli standard. Inoltre i documenti sulla discussione matematica introducono la possibilità di utilizzare questi item non solo a livello individuale ma anche collettivo, di gruppo, discutendone in classe.

- **La discussione matematica in classe**
  da: **MATEMATICA 2001 / COMMISSIONE UMI-CIIM**
  Materiali per un nuovo curricolo di matematica con suggerimenti per attività e prove di verifica (scuola elementare e scuola media).

- **La discussione di bilancio**
  da: **INTERAZIONE SOCIALE E CONOSCENZA A SCUOLA: LA DISCUSSIONE MATEMATICA**
  Bartolini, Boni, Ferri – Università di Modena

- **Standard 8: Comunicazione**
  da: **NCTM – STANDARDS 2000**
  Panoramica degli standard per i livelli pre-K-12

- **Competenze che devono essere acquisite a fine ciclo degli apprendimenti fondamentali**
  Competenze che devono essere acquisite a fine ciclo degli approfondimenti
  Padronanza della lingua
  da: **QU’APPREND-ON A L’ECOLE ELEMENTAIRE? LES NOUVEAUX PROGRAMMES CNDP 2002**

- **Confronto Programmi 1985-Curricolo UMI-Indicazioni Nazionali 2004 sul NUMERO e ARGOMENTAZIONE**

- **“Comunicare Matematicamente” e Ragionamento Matematico**
  da: **TIMSS Trends in International Mathematics and Science Study – 2003**

- **Il concetto di numero nella storia della matematica**

Questo lavoro rappresenta un momento importante di elaborazione di esperienze e contributi derivati dai partecipanti ai corsi AVIMES di diversi anni e di riflessioni comuni sulla didattica della matematica. Il cammino per realizzarlo è stato lungo, a tratti complesso, scrupoloso ma soprattutto carico di significato e supportato dalla passione per la ricerca e il miglioramento.

Il gruppo formatori AVIMES Matematica

Mariangela DE LUCA
Marina GILARDI
Paola MIGLIANO
Ketty SAVIOLI

Docenti partecipanti al corso di formazione-sperimentazione 2003/2004
"Autovalutazione e Didattica della Matematica"

NOME COGNOME DOCENTE	SCUOLA DI APPARTENENZA
ANEDDA ANNA	Direzione Didattica Re Umberto
AZZALINI LAURA	Direzione Didattica D'Azeglio
BALSAMO GIUSEPPINA	Istituto Comprensivo Santena
BARBERIS ANNA	Direzione Didattica Salgari
BARILE MARIA NEVE	Direzione Didattica 2° Circolo Ciriè
BARTUCCA CARMELA	Direzione Didattica Novaro
BELTRAMEA CARLA	Didattica Direzione D'Azeglio
BERTONI VERA	Didattica Direzione Duca degli Abruzzi
BIASIBETTI CINZIA	Direzione Didattica 2° Circolo Chivasso
BIROLO VANDA	Direzione Didattica 2°Circolo Chivasso
BISOTTI ERIKA	Direzione Didattica Novaro
CASCIO MASSIMO	Direzione Didattica Duca degli Abruzzi
CIBELLI VINCENZA	Direzione Didattica Salgari
COLOMBO CINZIA	Istituto Comprensivo Gozzi Olivetti
DARDANELLI SILVIA	Direzione didattica Collodi
DE MARTINI LINA	Direzione Didattica Vinovo
DE ZAIACOMO ALESSANDRA	Direzione Didattica Vinovo
DI BENEDETTO KATIA	Direzione Didattica Re Umberto
FERRON PAOLA	Direzione Didattica Mazzarello
FOGLIATTO MARILENA	Istituto Comprensivo None
FRANCONE GRAZIA	Direzione Didattica D'Azeglio
GALOPPO LAURA	Direzione Didattica Collodi
GILARDI LUIGINA	Direzione Didattica 3° Circolo Chieri
GIRIBALDI PAOLA	Direzione Didattica Mazzarello
GRIECO ANTONIETTA	Direzione Didattica Sabin
LECCESE CASSANDRA	Direzione Didattica Novaro
LUPO GIOVANNA	Direzione Didattica Pellico
MAGA ELENA	Direzione Didattica Sabin
MAIONI NADIA	Direzione Didattica Mazzarello
MALOMO CARMELINA	Direzione Didattica Duca degli Abruzzi
MANEA LOREDANA	Direzione Didattica 3° Circolo Chieri
MARCHISIO MARIA GRAZIA	Istituto Comprensivo None
MARCIANO' M. GIOVANNA	Istituto Comprensivo King Grugliasco
MERICO FRANCESCA	Direzione Didattica Novaro
MIUCCIO ANNA	Direzione Didattica Coppino
PANDOLFI DANIELA	Direzione Didattica Novaro
PERDOMO MARILENA	Istituto Comprensivo Santena
POZZO MARIA TERESA	Direzione Didattica 1° Circolo Chieri
REGGIO ANNA MARIA	Direzione Didattica Collodi
RIZZI IOLANDA	Direzione Didattica Pellico
ROBBA MARINA	Direzione Didattica Collodi
SCHIAVONE ANNA	Istituto Comprensivo King Grugliasco
SCIERRA CRISTINA	Direzione Didattica Re Umberto
SERRATORE ELISABETTA	Direzione Didattica 1° Circolo Chieri
SOBRITO ELISABETTA	Direzione Didattica Collodi
SOFIA MARIA	Istituto Comprensivo King Grugliasco
SPINGORE MARIA ROSA	Direzione Didattica 2° Circolo Ciriè
TRICHILO GRAZIA	Direzione Didattica Collodi
VOLPIANO LUISA	Direzione Didattica Salgari
ZINGHINI' COLOMBA	Direzione Didattica Re Umberto

Direttore del corso: Massimo Perotti, dirigente scolastico Chieri III Circolo

SEZIONE DOCUMENTI

La lezione di matematica: parlare, leggere, scrivere, …

da: **MATEMATICA 2001 / COMMISSIONE UMI-CIIM**

Materiali per un nuovo curricolo di matematica con suggerimenti per attività e prove di verifica (scuola elementare e scuola media).

La discussione matematica in classe

"Una discussione matematica è una polifonia di voci articolate su un oggetto matematico (concetto, problema, procedura, ecc.), che costituisce un motivo dell'attività di insegnamento-apprendimento" (Bartolini Bussi, 1995).
La metafora usata per descrivere la discussione matematica ha lo scopo di sottolineare alcuni aspetti importanti di questa attività:

· Esiste un tema che ne definisce l'obiettivo.
· Esiste l'interazione tra voci (polifonia).
· Esiste un riferimento esplicito all'attività di insegnamento/apprendimento (processo di lungo termine).
· Si richiede la presenza di voci diverse tra cui, essenziale, quella dell'insegnante.
· Si valorizza la presenza di voci imitanti (diversi tipi di imitazione nel contrappunto).
· Si prescinde dall'esistenza fisica di una comunità di parlanti (discussione con un interlocutore non fisicamente presente, ma rappresentato da un testo scritto).

La discussione matematica dell'intera classe orchestrata dall'insegnante garantisce, con la presenza di quest'ultima, la possibilità dell'articolazione di voci diverse da quelle degli allievi. L'insegnante ha un ruolo di guida nel senso che:

· Inserisce una particolare discussione nel flusso dell'attività della classe.
· Influenza la discussione in modo determinante, inserendosi con interventi mirati nel suo sviluppo.

Si possono individuare per la scuola elementare e media tre grandi tipologie di discussione (con sottotipi):

A. Discussione di un problema, vista come parte dell'attività complessiva di problem solving, nei due aspetti di:
- A1. Discussione di soluzione, intesa come quel processo di tutta la classe che risolve un problema dato a parole con l'eventuale supporto di immagini o oggetti.
- A2. Discussione di bilancio, intesa come il processo di informazione, analisi e valutazione delle soluzioni individuali proposte ad un problema dato a parole, con l'eventuale supporto di oggetti o immagini, o nel corso di una discussione orchestrata dall'insegnante.

B. Discussione di concettualizzazione, intesa come il processo di costruzione attraverso il linguaggio e collegamenti tra esperienze già vissute e termini particolari della matematica. Essa può essere introdotta da domande dirette (che cosa è un numero, che cos'è un grafico) o indirette (perché molti di voi hanno descritto questo problema come un problema di disegno geometrico?).

C. Meta-discussione, intesa come momento della definizione dei valori e degli atteggiamenti nei confronti del sapere matematico. Essa può essere introdotta da domande del tipo: "come nascono le figure?", "perché è importante generalizzare in matematica?".

In una prima approssimazione, possiamo riconoscere la discussione matematica nella parte verbale dell'attività di insegnamento/apprendimento nelle lezioni di matematica, così come questa può essere riprodotta da un registratore. È ovvio che questa parte verbale non esaurisce l'attività in quanto non tiene conto degli aspetti gestuali, grafici, ecc., tuttavia ci offre una prospettiva rilevante sui processi che si svolgono nella classe, per la tradizionale importanza che il linguaggio riveste nell'ambiente scolastico. Dopo aver svolto in classe la discussione, con il registratore e l'annotazione diretta di particolari significativi non ricostruibili dalla sola voce, si affronta il lavoro della sbobinatura. Solo sul protocollo trascritto sarà possibile compiere gli andirivieni che consentono l'analisi accurata della discussione. L'insegnante ricostruisce il legame tra la particolare discussione e i motivi dell'attività; ricostruisce la costellazione di intenzioni che ritiene aver guidato i suoi interventi; suddivide la discussione in episodi; analizza la rete di connessioni tra gli episodi; analizza la corrispondenza tra le intenzioni, le strategie messe in opera e il processo di interazione con riferimento al ruolo dell'insegnante; analizza poi il percorso di ogni singolo allievo nella discussione, cercando gli indicatori dell'appropriazione dei motivi individuati. La lettura critica con interpretazione, di voci esterne alla classe, come ad esempio le fonti storiche, non deve avere caratteristiche monologiche, che potrebbero generare al più adesioni passive, ma è necessario che il testo sia interpretabile e interpretato, con riferimento all'esperienza già svolta dagli allievi. Volutamente, in questo scritto, non sono citate particolari e possibili tipi di discussione, ad esempio non si parla di dimostrazioni. I motivi possono essere vari: la nostra scelta si è orientata sulla scuola elementare e media; la trattazione della dimostrazione in discussione è molto delicata, per le differenze tra argomentare e dimostrare, tra efficacia e rigore. Per tali motivi, il problema rimane quindi aperto.

La discussione di bilancio

da: **INTERAZIONE SOCIALE E CONOSCENZA A SCUOLA: LA DISCUSSIONE MATEMATICA**

Bartolini, Boni, Ferri – Università di Modena

La discussione di bilancio

La discussione di bilancio è l'interazione di grande gruppo orchestrata dall'insegnante allo scopo seguente:

> *socializzare e valutare collettivamente le strategie usate dai singoli allievi nella soluzione di un problema e costruire (quando è possibile) una o più rappresentazioni e soluzioni condivise da tutta la classe e consistenti con quelle costruite a livello adulto per mezzo di concetti e procedure matematiche.*

Essa viene introdotta dall'insegnante alcuni giorni dopo la soluzione individuale del problema (inutile precisare che si deve trattare di un problema sufficientemente aperto e significativo e non di un semplice esercizio): nel frattempo l'insegnante ha raccolto tutti gli elaborati individuali ed ha potuto classificarli raggruppando insieme quelli che si riferiscono ad una stessa rappresentazione del problema ed una stessa strategia risolutiva. L'intervallo di tempo consente all'insegnante una adeguata pianificazione della discussione e favorisce negli allievi il distanziamento dal proprio prodotto. I numerosi esperimenti condotti, in classi diverse e su problemi diversi ci hanno consentito di individuare un canovaccio standard per le discussioni di bilancio articolato in diverse fasi:

(a) il vero *bilancio*, finalizzato al confronto delle strategie;

(b) la esplicitazione dei *processi di soluzione*, finalizzata alla ricostruzione e alla socializzazione dei processi individuali;

(c) la esplicitazione dell'*apprendimento* finalizzata alla identificazione degli elementi di novità introdotti dal problema nella storia individuale degli allievi e collettiva della classe;

(d) la *istituzionalizzazione dell'apprendimento*, finalizzata alla formulazione dei concetti e delle procedure che devono essere ricordati e al loro collegamento con le conoscenze precedenti.

Il ruolo dell'insegnante nelle singole fasi di una discussione di bilancio

a. Il *vero bilancio* è introdotto dall'insegnante, di solito attraverso la proposta di un prototipo per ciascuna delle classi di elaborati individuali già identificata. Le modalità possono variare: ad esempio, se gli elaborati sono disegni (in molti casi degli esperimenti sulla rappresentazione prospettica del mondo visibile) essi sono semplicemente appesi alla parete; se sono soluzioni di problemi verbali, essi sono presentati dagli autori chiamati dall'insegnante. Poi tutti gli allievi sono invitati a riconoscersi in uno degli elaborati; questa procedura può presentare difficoltà, specialmente con gli allievi più giovani: a livello di primo ciclo, l'insegnante aiuta gli allievi a compiere questo *distanziamento* dal proprio prodotto, negoziando con loro quali sono gli elementi importanti su cui focalizzare l'attenzione. Poi le diverse strategie sono discusse, controllate e valutate collettivamente. In questa fase l'insegnante spesso sottolinea non solo le convergenze ma anche i conflitti tra due soluzioni diverse ricapitolando i ragionamenti, per evitare che il conflitto non sia colto dalla classe; dà forma alla comunicazione, prestando espressioni adatte all'allievo che non le trova da solo, introducendo le espressioni linguistiche corrette, quando gli allievi si avviano ad accordarsi su un modo di dire che non è quello adottato dai matematici, etc. Con l'introduzione di questa fase, l'insegnante vuole anche comunicare agli allievi un atteggiamento positivo nei confronti della costruzione collettiva della conoscenza matematica che si contrappone allo stereotipo diffuso del processo esclusivamente individuale e riservato ai pochi allievi dotati di ogni classe.

b. La esplicitazione dei processi di soluzione è introdotta dall'insegnante attraverso la domanda: quali difficoltà avete avuto? Abbiamo verificato che non è sufficiente chiedere: come avete fatto a costruire questa soluzione? Gli allievi tendono a trascurare tutti i tentativi andati a vuoto, o perché non li giudicano più importanti o perché non desiderano esplicitare le piste false seguite. In realtà proprio questi sono interessanti per costruire il significato delle strategie risolutive anche attraverso il confronto con strategie meno efficaci o scorrette. L'insegnante aiuta gli allievi in questa ricostruzione non semplicemente con domande dirette (la domanda diretta non è sempre un modo efficace per raccogliere informazioni sui processi mentali raggiungibili attraverso l'introspezione) ma attraverso tecniche diverse, tra cui i diversi tipi di rispecchiamento (ripetizione di un intervento) giocano un ruolo particolare. Con l'introduzione di questa fase. l'insegnante vuole anche comunicare agli allievi un atteggiamento positivo nei confronti dell'errore visto non come deviazione ma come tappa necessaria della costruzione della conoscenza.

c. La esplicitazione dell'apprendimento è introdotta dall'insegnante attraverso la domanda: che cosa abbiamo imparato con questo problema? La focalizzazione in questa fase è sulle novità introdotte rispetto alle conoscenze già consolidate. Gli allievi sono invitati a generalizzare la strategia risolutiva per distaccarsi dal particolare problema considerato e poterla applicare ad una classe più ampia. L'insegnante aiuta gli allievi in questa costruzione parafrasando le loro strategie attraverso l'inserimento di quantificatori universali (ogni volta che tutti. ecc.). Le strategie più generali così costruite devono poter essere particolarizzate e riapplicate a nuovi problemi. L'insegnante aiuta gli allievi in questo processo parafrasando gli enunciati generali con riferimento a casi particolari (vediamo come funziona nel caso che...). Con l'introduzione di questa fase, l'insegnante vuole anche comunicare agli allievi che il problema ha avuto un effetto sull'apprendimento ed è quindi una tappa importante nella vita della classe come comunità; vuole indurre una riflessione sulla propria storia individuale e collettiva. Questa fase è tanto importante che a volte costituisce l'oggetto di una intera discussione attraverso l'analisi guidata di una selezione di elaborati individuali o di trascrizioni di discussioni collettive riferite a tempi diversi (in questo caso parliamo di *metadiscussione*).

d. La istituzionalizzazione dell'apprendimento è affidata all'insegnante, riconosciuto rappresentante della cultura matematica nella classe. Questa fase viene introdotta tutte le volte che il processo di discussione precedente ha fatto convergere gli interventi su una (o più di una) strategia risolutiva accettabile da un punto di vista adulto. Nei casi in cui questo è impossibile (ad esempio la maggioranza degli allievi sembra accordarsi su una soluzione non accettabile da un punto di vista matematico, magari per le migliori capacità argomentative di un allievo che ha prodotto una soluzione sbagliata) l'insegnante sospende l'istituzionalizzazione, eventualmente proponendo controesempi, ma comunque dichiarando che si tratta di un problema ancora non maturo su cui sarà necessario ritornare. Abbiamo verificato che l'accettazione di periodi anche lunghi di incertezza è non solo necessaria ma possibile, anche se inizialmente può creare qualche problema. Nei tempi lunghi l'insegnante costruisce una cultura di classe che viene esplicitata dagli allievi come un gioco di ruoli: in quarta o quinta elementare gli allievi dicono: sappiamo che tu sai la risposta ma non ce la devi dire perché la dobbiamo costruire da soli.

E' importante chiarire che cosa intendiamo per soluzione accettabile da un punto di vista matematico: non è sempre necessario che la soluzione sia espressa nei termini della sistemazione attuale della matematica: si possono accettare soluzioni che rispecchiano modi di intendere documentati come tappe necessarie nella costruzione del sapere. Esistono discontinuità nella costruzione della conoscenza, che si traducono in conquiste necessariamente temporanee di certi strumenti, da rimettere in discussione di lì a qualche mese. La funzione giocata in questo caso dalla metadiscussione è fondamentale, poiché consente l'esplicitazione delle conoscenze costruite nel tempo e dei legami tra esse, a volte di sviluppo continuo, a volte di rottura.

La descrizione di un canovaccio di discussione di bilancio non può essere molto più dettagliata, se non si fa riferimento ad un problema particolare: l'oggetto del sapere in gioco, diverso da problema a problema, fornisce indicazioni molto più precise sui ruoli giocati dall'insegnante nelle varie fasi.

Gli effetti del canovaccio qui illustrato si osservano nel breve e nel lungo termine.

Nel breve termine, il canovaccio struttura la discussione, costruendo un ordine in una interazione di grande gruppo che rischierebbe altrimenti di essere confusa e poco produttiva.

Nel lungo termine, la partecipazione dell'allievo a discussioni con canovacci simili viene interiorizzata come schema per la verbalizzazione individuale delle soluzioni dei problemi, attraverso l'esplicitazione dei processi di soluzione (spesso in forma dialogica: mi sono chiesto...), dei tentativi andati a vuoto, dei commenti su generalizzazioni di strategie a classi più ampie di problemi. Anche la qualità della partecipazione alle discussioni cambia. Gli allievi entrano in un *genere di discorso* nel quale anche le richieste dell'insegnante sono interpretate in modo non letterale: così, se l'insegnante chiede avete finito? Com'è andata? Gli allievi cominciano immediatamente a descrivere per quali vie sono arrivati alla soluzione; oppure ricostruiscono spontaneamente la storia del loro apprendimento. Alla fine della scuola elementare, dopo anni di questa tradizione, l'insegnante può cedere il controllo di una parte della discussione: alcuni allievi sono in grado di giocare i ruoli giocati di solito dall'insegnante; spontaneamente gli allievi voltano le spalle all'insegnante escludendolo dal loro cerchio.

da: **NCTM – Standards 2000 - ottobre 1998 - Panoramica degli standard per i livelli pre-K-12**

Standard 8: Comunicazione

I programmi di matematica devono usare la comunicazione per favorire la comprensione in modo che tutti gli studenti:
- organizzino e consolidino il loro pensiero matematico per comunicare con gli altri;
- esprimano idee matematiche coerentemente e in maniera chiara ai compagni, agli insegnanti e agli altri;
- estendano le loro conoscenze matematiche considerando i pensieri e le strategie altrui;
- usino il linguaggio matematico come un preciso mezzo di espressione.

Elaborazione: pre -K-12

La comunicazione è una parte essenziale dell'istruzione ma tematica. È il mezzo attraverso cui le idee sono condivise e un veicolo per chiarire la comprensione. Quando gli studenti sono sollecitati a pensare e a ragionare sulla matematica e a comunicare i risultati del loro pensiero ad altri verbalmente o per scritto, devono far fronte al compito di spiegarsi in modo chiaro e convincente di fronte agli altri. Attraverso l'esperienza gli studenti possono sviluppare questa abilità. Inoltre, ascoltare spiegazioni fornite da altri può dare agli studenti l'opportunità di sviluppare la propria comprensione. Le conversazioni in cui le idee matematiche sono esplorate da varie prospettive, danno ai partecipanti l'opportunità di stimolare il loro pensiero e fare collegamenti. Tale attività aiuta anche gli studenti a sviluppare un linguaggio con cui esprimere idee matematiche, e un'adeguata percezione del bisogno di precisione in quel linguaggio.
Così, ci sono duplici benefici quando l'istruzione matematica è ricca in comunicazione: gli studenti comunicano per imparare la matematica, e imparano a comunicare matematicamente. Gli studenti che sono coinvolti in discussioni attive, nelle quali giustificano le soluzioni - specialmente di fronte al disaccordo - otterranno una migliore comprensione della matematica (Cobb e Lampert 1998). Gli studenti che hanno opportunità, incoraggiamento e sostegno a parlare, scrivere, leggere e ascoltare durante le lezioni di matematica impareranno a comunicare matematicamente.

· **Organizzare e consolidare il pensiero matematico per comunicare con gli altri**

Attraverso la comunicazione, le idee diventano oggetto di riflessione, affinamento, discussione e correzione. Un primo importante passo nel processo è organizzare e chiarire il proprio pensiero. Dato che i pensieri sono effimeri, le idee e gli argomenti matematici sono più facilmente esaminati e compresi quando sono articolati oralmente o per iscritto, un processo che aiuta anche a costruire il significato e la stabilità delle idee. Gli studenti non assimilano la matematica che vedono e ascoltano in classe a meno che non la facciano propria. La riflessione è intensificata se gli studenti possono produrre le idee apertamente o affidarle alla carta. Una volta che le idee sono espresse apertamente possono essere esaminate, revisionate o ampliate.
La riflessione e la comunicazione sono processi interconnessi nell'apprendimento della matematica. La comunicazione finalizzata alla riflessione può diventare una parte naturale dell'apprendimento della matematica, ma ciò richiede esplicita attenzione e pianificazione da parte degli insegnanti. I bambini nelle prime classi, per esempio, possono imparare a motivare le loro risposte e a descrivere le loro strategie. Gli insegnanti devono porre attenzione nell'aiutare gli studenti a imparare come parlare di matematica. Quindi, al fine di promuovere la riflessione sul discorso, gli insegnanti possono incoraggiare gli studenti "a discutere su come si discute di matematica" (Cobb, Wood e Yackel 1994). Domande meditate poste da un insegnante oppure da un compagno di classe possono indurre gli studenti a riesaminare il loro ragionamento.
La scrittura è anche un utile catalizzatore per la riflessione. Un'attività che alcuni insegnanti trovano utile è usare gli ultimi minuti della lezione come momento in cui gli studenti scrivono quello che hanno appreso quel giorno e le domande che hanno da porre sui concetti della lezione. Tale attività può essere utile per gli studenti poiché riflettono sul lavoro del giorno e chiariscono il loro pensiero sulle idee sviluppate durante la lezione. Quest'attività può essere anche utile all'insegnante come elemento di valutazione. Un ulteriore beneficio è che essa ricorda anche agli studenti che essi condividono con l'insegnante la responsabilità dell'apprendimento che ha luogo durante la lezione (Silver, Kilpatrick, Schlesinger 1990).
Altre forme più elaborate di scrittura che gli insegnanti possono impiegare per favorire riflessioni scritte comprendono diari, registri e annotazioni. Ognuna di queste attività può dare agli studenti un'opportunità di organizzare e consolidare il loro pensiero.

· **Esprimere idee matematiche coerentemente e in maniera chiara ai compagni, agli insegnanti e agli altri**

Le idee matematiche acquistano validità quando sono accettate all'interno di una comunità. All'interno della comunità matematica, periodicamente avvengono dibattiti riguardanti l'accettabilità della dimostrazione di un risultato. Perché una dimostrazione sia considerata corretta, deve essere accettata all'interno della comunità. Sebbene gli studenti non stiano tentando di produrre risultati pubblicabili di ricerche originali di matematica, traggono vantaggio dall'esperienza con un

processo analogo. Hanno bisogno dell'opportunità di verificare le loro idee all'interno della comunità matematica della classe, per vedere se possono essere capiti e se sono sufficientemente convincenti. Agli studenti bisogna insegnare cosa è valido come dimostrazione nella comunità matematica.
L'interazione con gli altri è il veicolo principale attraverso cui le idee ricevono un esame accurato e sono affinate e migliorate. Quelli che ascoltano criticamente e rispondono con chiarimenti e correzioni, si stanno impegnando in profondità. Non c'è solo un affinamento di idee ma c'è anche un senso di possesso. I risultati che emergono in classe quando uno studente convince un coetaneo scettico della validità di un'asserzione matematica hanno una chiarezza e una efficacia che raramente si possono associare alle spiegazioni che si trovano sulle pagine dei libri di testo. Quando gli studenti lavorano in coppia o in piccoli gruppi hanno poche opportunità per verificare le loro teorie e ascoltare le reazioni e le idee degli altri. Interazioni adeguatamente strutturate possono aiutare gli studenti a imparare, ad ascoltare e a esprimere le loro idee matematiche in modo chiaro. Queste esperienze sono spesso una preparazione utile alle presentazioni in forum più larghi, come per esempio l'esposizione della risoluzione di un problema all'intera classe. Inoltre, quando tali idee sono elaborate in pubblico, tutti gli studenti possono trarre profitto dal partecipare alla discussione, e l'insegnante può controllare il loro apprendimento. (Lambert 1990)
Nelle discussioni in classe, idee implicite possono diventare esplicite e poi possono essere analizzate più approfonditamente; tutti possono fare domande e imparare da queste discussioni. Gli studenti approfondiscono il loro stesso pensiero quando presentano i loro metodi per risolvere problemi complessi o quando giustificano il loro ragionamento a un compagno o all'insegnante. Attraverso questo processo, il pensiero degli studenti è reso esplicito e diventa possibile analizzare e migliorare le loro idee. Si possono individuare i concetti sbagliati e possono essere corretti e un nuovo apprendimento può prendere forma.
Gli insegnanti devono essere abili nel sostenere i dialoghi in classe. Per prima cosa, devono costruire il senso di comunità nel quale gli studenti si sentano liberi di esprimere le loro idee. Per alcuni studenti, la partecipazione a discussioni in classe è una sfida. Per esempio gli studenti dei livelli medi notoriamente hanno difficoltà a emergere in qualche modo durante le interazioni di gruppo. Malgrado ciò gli insegnanti possono riuscire a creare ambienti ricchi di comunicazione nelle lezioni. Il sostegno agli studenti è vitale specialmente per quelli la cui prima lingua non è l'inglese. Questi studenti possono avere bisogno di un sostegno supplementare per trarre profitto dalle lezioni di matematica ricche di comunicazione, ma essi possono partecipare pienamente se le attività in classe sono strutturate opportunamente (Borasi, e al. 1998; Fuson e al. 1997; Silver, Smith e Nelson 1995).
In secondo luogo, gli insegnanti devono lavorare attentamente per creare un clima di aspettative appropriate. Nei livelli elementari, l'obiettivo prioritario è fare imparare agli studenti a esprimersi chiaramente e coerentemente in modo che gli altri studenti possano capirli. Nel momento in cui concludono la scuola superiore gli studenti dovrebbero avere interiorizzato standard di dialogo e di ragionamento, in modo da poter presentare abitualmente argomentazioni chiare e complete. Modelli e domande poste in modo accurato possono aiutare a chiarire le aspettative, adeguate all'età degli studenti, sul loro lavoro.
La comunicazione scritta ha bisogno di essere alimentata in un modo simile. A tutti i livelli gli studenti traggono beneficio dall'opportunità di esaminare e discutere argomenti sia problematici che tipici della matematica scritta. Attraverso lo studio dello scritto tipico, gli studenti possono sviluppare una comprensione degli aspetti della comunicazione chiara in matematica. Attraverso l'esame e la revisione degli scritti che hanno bisogno di miglioramento, gli studenti possono incorporare nelle loro stesse prove gli standard e gli stili principali. Poiché le prove scritte stanno diventando sempre più abituali, gli studenti avranno bisogno anche di pratica per adeguarsi ai modelli di verifica.
In genere i bambini cominciano la scuola con scarse abilità nello scrivere. Durante gli anni della scuola primaria possono disegnare figure, scrivere parole e infine creare frasi.
Inizialmente sarà l'insegnante o il genitore, piuttosto che il bambino a fare connessioni esplicite tra i vari aspetti del ragionamento dello studente. Nei livelli 3-5 gli studenti lavorano su una successione d'idee e sull'aggiunta di dettagli. Col passare del tempo il loro scritto diventa più elaborato. A questo punto, gli studenti diventano anche più espliciti nel basare i loro scritti su ciò che hanno ascoltato e su un obiettivo da perseguire. Per alcuni scopi sarà opportuno descrivere il loro pensiero senza formalità attraverso un linguaggio comune e attraverso scalette; per altri scopi gli studenti avranno bisogno di comunicare in modo matematico più formale, incluso l'uso di simboli matematici appropriati, di una terminologia precisa e di diagrammi attentamente disegnati.
Lo sviluppo della comunicazione scritta continua mentre gli studenti passano ai livelli medi. Nei livelli 6-8, il modo di scrivere degli studenti può divenire più conciso e può incorporare più termini e simboli matematici, mentre gli studenti sviluppano le loro capacità di ragionamento, di analisi e di generalizzazione. Questo sviluppo continua attraverso i livelli 9-12. Il processo d'apprendimento a scrivere in modo matematico è simile a quello dell'apprendimento a scrivere in generale e la pratica guidata è importante. Così l'attenzione va posta allo specifico argomento di matematica, incluso l'uso e i significati specifici del linguaggio matematico, le rappresentazioni e gli standard di spiegazione e di dimostrazione.

· **Estendere le conoscenze matematiche considerando i pensieri e le strategie altrui**

Lavorando sui problemi con altri, gli studenti ottengono parecchi benefici. Spesso, uno studente che ha un suo modo di vedere un problema può trarre profitto dal punto di vista di un altro, il quale punto di vista può rivelare un aspetto diverso del problema. Uno studente può concettualizzare un problema algebricamente mentre un altro lo visualizza geometricamente.
Oppure due studenti possono avere modi diversi di contare lo stesso gruppo di oggetti. Per esempio, gli studenti che tentano di risolvere il seguente problema algebricamente, spesso hanno difficoltà nell'impostare le equazioni e traggono beneficio dal punto di vista fornito dagli studenti che si accostano al problema usando rappresentazioni visive:
Un agricoltore ha dei conigli e delle gabbie. Se pone due conigli in ogni gabbia allora gli restano fuori quattro conigli dopo che tutte le gabbie sono piene. Se pone quattro conigli in ogni gabbia allora gli restano due gabbie non utilizzate dopo che tutti i conigli sono stati sistemati. Quanti conigli e quante gabbie possiede l'agricoltore? (Kruteteskii,1979)
Nelle discussioni dei vari approcci alla risoluzione di questo problema, gli studenti hanno l'opportunità di vedere le prospettive e i metodi degli altri, di valutarne la correttezza e l'utilità e di appropriarsene per utilizzarli nei problemi futuri.
Il processo di considerare, valutare, e costruire sul pensiero degli altri è abbastanza complesso. Al fine di considerare vari approcci ai problemi, gli studenti devono imparare ad ascoltare i coetanei, che però sono ancora, essi stessi, nel processo di sviluppo della terminologia e dei concetti della matematica. Gli studenti devono anche imparare a fare domande e a indagare il reciproco pensiero per chiarire le idee non ancora sviluppate. Inoltre riconoscendo che non tutti i metodi hanno merito uguale, gli studenti devono imparare a esaminare metodi e idee degli altri al fine di determinare le loro forze e i loro limiti.
Ascoltando attentamente e riflettendo sulle affermazioni fatte dagli altri gli studenti imparano a diventare pensatori critici. Un aspetto del divenire un buon comunicatore matematico è interiorizzare tali comportamenti e assumere la capacità di rivedere la propria opinione criticamente. È più probabile che questo divenga un'abitudine di tutta la vita, se gli studenti hanno frequenti opportunità di assumere tali comportamenti in classe.
Implicita in questa descrizione è l'idea che gli studenti devono impegnarsi seriamente a imparare e ad assumere un certa responsabilità della loro stessa comprensione. Implicito è anche il fatto che gli studenti hanno bisogno di lavorare con compiti di matematica di cui valga la pena discutere. I compiti dai quali ci si aspetta che gli studenti abbiano ben sviluppato un approccio algoritmico sono spesso non idonei per questo tipo di discorso; comunque, gli esercizi non di routine possono spesso essere catalizzatori di conversazioni ricche. La tecnologia è un altro buon catalizzatore. Quando gli studenti producono o esaminano numeri o oggetti con la calcolatrice o sullo schermo del computer, hanno un comune (e spesso facilmente modificabile) referente per le loro discussioni o idee matematiche.

· **Usare il linguaggio matematico come un preciso mezzo di espressione**

Quando gli studenti esprimono la loro comprensione della matematica, cominciano usando il linguaggio familiare quotidiano. Questo fornisce una base sulla quale costruire la connessione al linguaggio formale matematico. Come si afferma in *Curriculum and Evaluation Standards* (NCTM 1989), il linguaggio matematico si costruisce sulla struttura esistente e sulla logica del linguaggio comune e unisce esperienze e linguaggi degli studenti al mondo della matematica. Comunque, qualche volta c'è discrepanza tra il linguaggio comune e il linguaggio matematico. Il linguaggio comune è spesso impreciso e non corretto quando applicato alla matematica. Per esempio, vocaboli come "area", "fattore", e "simile" hanno un significato particolare quando usati in matematica che differisce dal loro uso nel linguaggio comune. Gli studenti hanno bisogno di un aiuto per costruire un ponte tra i loro usi della lingua dentro e fuori le lezioni di matematica.
È importante far fare agli studenti esperienze che li aiutino ad apprezzare l'efficacia e la precisione del linguaggio matematico. Per esempio, studenti dei livelli 6-8 che hanno difficoltà a descrivere varie forme poligonali possono apprezzare il valore di termini come "concavo" e "convesso" come alternativa alle miriadi di frasi del linguaggio comune che emergono naturalmente in queste discussioni, come le espressioni "contenuto", "a forma di M", o "normale". L'uso di precise definizioni matematiche dovrebbe diventare la norma nei livelli intermedi e superiori. Comunque, è importante evitare ogni fretta nell'imporre il linguaggio matematico formale specialmente nelle elementari, ma anche nelle superiori.
Consentire agli studenti di raggruppare le loro idee e di esprimersi con i propri mezzi informali potrebbe rivelarsi un mezzo efficace per favorire l'impegno e la proprietà di linguaggio. Invero la confusione che risulta dalle imprecisioni degli studenti li può aiutare ad apprezzare il bisogno di definizioni precise e apprezzare il potere comunicativo dei termini matematici convenzionali. Gli insegnanti devono essere sensibili ai momenti in cui i benefici dell'uso del linguaggio usato dagli studenti potrebbero non tenere conto del valore della precisione matematica.
La tecnologia fornisce altre possibilità e stimola lo sviluppo del linguaggio e l'analisi.
I simboli usati nei fogli di calcolo possono essere in relazione ma non sono necessariamente uguali a quelli generalmente usati dai matematici. Gli studenti trarranno profitto dalle esperienze che richiedono il confronto fra le espressioni matematiche standard e quelle usate in applicazioni comuni come nei calcolatori o nei fogli di calcolo elettronico.

da: **Qu'apprend-on à l'école élémentaire? Les nouveaux programmes – CNDP 2002**

MATEMATICA[1]

CICLO DEGLI APPRENDIMENTI FONDAMENTALI[2]

COMPETENZE CHE DEVONO ESSERE ACQUISITE A FINE CICLO

Competenze generali che sono presenti in tutte le attività matematiche e devono essere acquisite a fine ciclo:
- impegnarsi in una procedura personale di risoluzione e condurla a termine,
- spiegare oralmente il procedimento utilizzato, basandosi eventualmente sulla propria "traccia di ricerca",
- ammettere che esistono diverse procedure oltre quella che si è elaborata e provare a capirle,
- redigere una risposta alla domanda posta,
- trovare errori in una soluzione.

[…]

CICLO DEGLI APPROFONDIMENTI[3]

COMPETENZE CHE DEVONO ESSERE ACQUISITE A FINE CICLO

Competenze generali che sono trasversali a tutte le attività matematiche e devono essere acquisite a fine ciclo:
- utilizzare le proprie conoscenze per risolvere problemi,
- cercare e produrre una soluzione originale in un problema di ricerca,
- attivare un ragionamento, articolare le varie tappe di una soluzione,
- formulare e comunicare il proprio procedimento ed i propri risultati per iscritto ed esporli oralmente,
- controllare e discutere la pertinenza o la verosimiglianza di una soluzione,
- identificare errori in una soluzione distinguendo quelli che sono relativi alla scelta di una procedura da quelli derivati dalla sua applicazione,
- argomentare a proposito della validità di una soluzione.

[…]

PADRONANZA DELLA LINGUA

COMPETENZE CHE DEVONO ESSERE ACQUISITE A FINE CICLO

Nel corso della sua scolarità primaria e secondaria, l'allievo acquisisce molte competenze relative alla lingua. Gli permettono di accedere ad un'autonomia progressiva nel suo lavoro intellettuale. Durante il ciclo 3, l'allievo inizia a passare da un impiego scolastico della lingua, caratterizzato da un forte sostegno dell'insegnante, ad un impiego più personale che gli permette gradualmente di lavorare con più autonomia, in particolare nella lettura. Acquisisce così più responsabilità nei processi d'apprendimento. Queste competenze sono in costruzione e dunque fragili. Non si stabilizzeranno prima della fine della scuola media.

Queste competenze devono essere promosse costantemente, indipendentemente dall'attività programmata. Devono essere valutate in primo luogo in tutti gli apprendimenti ed essere oggetto di valutazioni regolari.

<u>Competenze generali</u>

- ***Saper utilizzare gli scambi verbali nella classe***

Prendere la parola in pubblico è un atto sempre difficile (timore della reazione degli altri, del giudizio dell'adulto, inibizioni, tradizioni socioculturali, ecc.). Il controllo della lingua orale non può mai essere riservato ai soli allievi più disinvolti. È dunque essenziale che le situazioni che mettono in gioco questi processi di comunicazione siano regolarmente proposte a tutti gli allievi e che siano condotte con pazienza e determinazione.

[1] Traduzione a cura di Mariangela De Luca.
[2] Ultimo anno di scuola materna, classi prima e seconda della scuola primaria.
[3] Classi terza, quarta e quinta della scuola primaria.

Situazioni di dialogo collettivo (scambi con la classe e con l'insegnante)

- afferrare rapidamente l'obiettivo dello scambio e prendere in considerazione le informazioni successive,
- interrogare opportunamente l'adulto o gli altri allievi,
- utilizzare la memoria per conservare il filo della conversazione ed attendere il proprio turno,
- inserirsi nella conversazione,
- riformulare l'intervento di un altro allievo o dell'insegnante.

Situazioni di lavoro di gruppo e messa in comune dei risultati di questo lavoro

- iniziare a tenere conto dei punti di vista degli altri membri del gruppo,
- iniziare a servirsi del dialogo per organizzare le produzioni del gruppo,
- iniziare a relazionare dinanzi alla classe (con o senza l'aiuto dello scritto) in modo da rendere queste produzioni comprensibili.

Situazioni d'esercizio

- riformulare meglio la consegna orale o scritta in modo da riconoscere la categoria di esercizi alla quale è collegata,
- formulare una domanda d'aiuto,
- leggere a voce alta ogni testo utile alla prosecuzione del lavoro,
- esporre le proprie risposte e chiarire le ragioni che hanno condotto a queste.

In qualsiasi situazione

- interrogarsi sul senso degli enunciati, comparare formulazioni diverse di una stessa idea, scegliere tra molte formulazioni quella che è più adeguata,
- ricordare in modo chiaro ed intelligibile le esperienze ed i discorsi precedenti; proiettare la propria attività nel futuro elaborando un progetto,
- dopo avere ascoltato un testo (testo letterario o testo documentario) letto dall'insegnante, riformularlo utilizzando un proprio linguaggio, svilupparlo o darne una versione più condensata,
- a proposito di ogni lettura ascoltata o letta, formulare un'interpretazione e confrontarla con quella di altri,
- raccontare oralmente dei testi (conosciuti, imparati a memoria o letti) dinanzi alla classe per condividerne collettivamente il piacere e l'interesse.

- ***Aver acquisito una migliore conoscenza della lingua scritta nelle attività della classe***

Sapere leggere per apprendere

- leggere e comprendere solo le consegne ordinarie dell'attività scolastica,
- leggere ed utilizzare ogni testo scolastico relativo alle diverse attività della classe (manuali scolastici, schede di lavoro, cartelloni d'organizzazione delle attività, ecc.),
- consultare con l'aiuto dell'adulto i documenti di riferimento (dizionari, enciclopedie, grammatiche, raccolte di dati, siti, ecc.) e servirsi di strumenti d'individuazione che questi comportano (indici, note, motori di ricerca, links ipertestuali ...),
- mettere in relazione i testi letti con le immagini, le tabelle, i grafici o gli altri tipi di documenti che li completano,
- pensare di aiutarsi, nelle letture, con mediazioni che permettano di comprendere meglio ciò che si legge.

Avere acquisito una prima competenza di scrittura e di redazione di testi

- sottolineare (o evidenziare) in un testo le informazioni che si ricercano, per poterle organizzare in un elenco su carta o, grazie al computer, su supporto informatico,
- copiare rapidamente un testo almeno di dieci linee senza errori ortografici, correttamente impaginato, con una scrittura corsiva regolare e leggibile,
- scrivere correttamente (ortografia) un testo semplice durante la stesura o nella fase di rilettura critica, aiutandosi con tutti gli strumenti disponibili,
- redigere, a partire da un elenco ordinato di informazioni, un testo narrativo, esplicativo, descrittivo o ingiuntivo, da soli o in gruppo, nell'ambito di un progetto di scrittura riguardante un ambito disciplinare del ciclo, a partire dagli strumenti elaborati dalla classe,
- riscrivere un testo, in riferimento al progetto di scrittura ed alle proposte di revisione elaborate in classe e, per ciò, aggiungere, eliminare, spostare o sostituire brani più o meno importanti di testi, a mano o utilizzando un editor di testi,
- impaginare ed organizzare un documento scritto nell'ambito di un progetto di scrittura rispettandone le convenzioni (manifesto, giornale di scuola, scheda tecnica, opuscolo di documentazione, pagina di un sito ...) ed inserendo eventualmente immagini, tabelle o i grafici necessari.

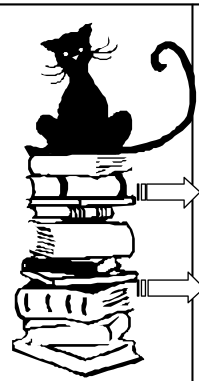
Competenze specifiche

MATEMATICA

Parlare
- utilizzare il lessico specifico della matematica nelle varie situazioni didattiche,
- formulare oralmente, con l'aiuto dell'insegnante, un ragionamento rigoroso,
- partecipare ad un dibattito e scambiare argomentazioni a proposito della validità di una soluzione.

Leggere
- leggere correttamente una consegna d'esercizio, un enunciato di problema,
- elaborare le informazioni di un documento scritto che include rappresentazioni (diagrammi, schemi, grafici),
- leggere e comprendere alcune formulazioni specifiche (in particolare nella geometria).

Scrivere
- redigere un testo per comunicare il procedimento ed il risultato di una ricerca individuale o collettiva,
- elaborare, con l'aiuto dell'insegnante, scritti che siano di riferimento nelle varie attività.

Programmi didattici per la scuola primaria	XXII Convegno UMI – CIIM / Ischia – 15 - 17 novembre 2001	Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca
Matematica **DPR n. 104 del 12 febbraio 1985**	**Matematica 2001** **Materiali per un nuovo curricolo di matematica con suggerimenti per attività e prove di verifica (scuola elementare e scuola media)** 	**Raccomandazioni per l'attuazione delle Indicazioni nazionali per i Piani di Studio Personalizzati nella Scuola primaria** **9 ottobre 2002** **Indicazioni nazionali Piani di Studio Personalizzati Scuola Primaria** **All. b / Decreto legislativo 19/2/04 n°59**
Matematica e formazione del pensiero L'educazione matematica contribuisce alla formazione del pensiero nei suoi vari aspetti: di intuizione, di immaginazione, di progettazione, di ipotesi e deduzione, di controllo e quindi di verifica o smentita. Essa tende a sviluppare, in modo specifico, concetti, metodi e atteggiamenti utili a produrre le capacità di ordinare, quantificare e misurare fatti e fenomeni della realtà e a formare le abilità necessarie per interpretarla criticamente e per intervenire consapevolmente su di essa.	**Competenze trasversali** *Collocare nel tempo e nello spazio.* Avere consapevolezza della dimensione storica e della collocazione spaziale di eventi considerati. *Comunicare.* Individuare forme e strumenti di espressione orale, scritta, grafica o iconica per trasmettere un messaggio. Cogliere i significati di un messaggio ricevuto. *Costruire ragionamenti.* Organizzare il proprio pensiero in modo logico e consequenziale. Esplicitare il proprio pensiero attraverso esemplificazioni, argomentazioni e dimostrazioni. *Formulare ipotesi e congetture.* Intuire gli sviluppi di processi analizzati e di azioni intraprese. Generalizzare. Individuare regolarità e proprietà in contesti diversi. Astrarre caratteristiche generali e trasferirle in contesti nuovi. *Inventare.* Costruire 'oggetti' anche simbolici rispondenti a determinate proprietà. *Porre in relazione.* Stabilire legami tra fatti, dati, termini. *Porre problemi e progettare possibili soluzioni.* Riconoscere situazioni problematiche. Stabilire le strategie e le risorse necessarie per la loro soluzione. *Rappresentare.* Scegliere forme di presentazione simbolica per rendere evidenti relazioni esistenti tra fatti, dati, termini. Utilizzare forme diverse di rappresentazione, acquisendo capacità di passaggio dall'una all'altra.	"L'insegnamento della matematica favorisce ed incrementa il rapporto complessivo della persona con ciò che la circonda attraverso lo sviluppo delle seguenti **capacità**: - osservazione della realtà, con particolare attenzione al riconoscimento di relazioni tra oggetti o grandezze, di regolarità, di differenze, di invarianze o di modificazioni nel tempo e nello spazio; - descrizione della realtà secondo modalità che, in tempi adeguati, dalle forme verbali o illustrate passano all'uso del linguaggio e degli strumenti matematici (numeri, figure, misure, grafici,…); - organizzazione complessiva del proprio modo di ragionare, argomentare, affrontare problemi, acquisendo, oltre alla forme espressive del linguaggio e del senso comune, quelle più caratteristiche della razionalità matematica e scientifica; - uso del linguaggio specifico e delle forme simboliche scelte dalla matematica; - progettazione e immaginazione, particolarmente attraverso attività di risoluzione di problemi in contesti vari."

Riflessioni e osservazioni sul tema

A cura dell'ins. Marina Gilardi / scuola Roberto D'Azeglio di Torino

NP 1985

Matematica 2001

Piani di Studio Personalizzati

Obiettivi e <u>contenuti</u>

Per chiarezza espositiva vengono distinti di seguito alcuni **<u>temi matematici articolati per obiettivi</u>**. L'insegnante si sforzerà di svilupparla in modo coordinato, approfittando di tutte le occasioni sia per richiamare questioni di tipo matematico, sia per collegarli con argomenti di altre discipline. Gli obiettivi elencati hanno caratteristiche e funzioni diverse. Alcuni tengono conto della acquisizione di abilità e di conoscenze strettamente concatenate, e vanno tradotti in precise progressioni e in indicatori particolari che ne segnalino una acquisizione stabile oppure incertezze o carenze. Si tratta, principalmente, di obiettivi riguardanti **i numeri naturali e decimali,** le abilità di **calcolo** e alcuni contenuti della **geometria**. Altri obiettivi riguardano fatti, concetti, principi e procedimenti meno strettamente concatenati, da introdurre ad un primo stadio di conoscenza e che verranno sviluppati e approfonditi ad un successivo livello scolastico. Fra questi, si possono ricordare quelli relativi alla **logica,** alla **probabilità,** alla **statistica** e all'**informatica**. La valutazione del conseguimento degli obiettivi proposti deve pertanto tener conto di tali diversità.

Competenze matematiche nei vari nuclei:

Il numero

In situazioni varie, significative e problematiche, relative alla vita di tutti i giorni, alla matematica e agli altri ambiti disciplinari:

- comprendere il significato dei numeri, i modi per rappresentarli e il significato della notazione posizionale;
- comprendere il significato delle operazioni;
- operare tra numeri in modo consapevole sia mentalmente, sia per iscritto, sia con strumenti;
- usare il ragionamento aritmetico e la modellizzazione numerica per risolvere problemi tratti dal mondo reale o interni alla matematica.

Lo spazio e le figure

In contesti diversi di indagine e di osservazione:

- esplorare, descrivere e rappresentare lo spazio;
- riconoscere e descrivere le principali figure piane e solide;
- utilizzare le trasformazioni geometriche per operare su figure;
- determinare misure di grandezze geometriche;
- usare la visualizzazione, il ragionamento spaziale e la modellizzazione geometrica per risolvere problemi del mondo reale o interni alla matematica.

Le relazioni

In vari contesti matematici e sperimentali:

- individuare relazioni tra elementi e rappresentarle;
- classificare e ordinare in base a determinate proprietà;
- utilizzare lettere e formule per generalizzare o per astrarre;
- riconoscere, utilizzare semplici funzioni e rappresentarle;
- utilizzare variabili, funzioni, equazioni per risolvere problemi.

I dati e le previsioni

In situazioni varie, relative alla vita di tutti i giorni e agli altri ambiti disciplinari:

- organizzare una ricerca;
- interpretare dati usando i metodi statistici;
- effettuare valutazioni di probabilità di eventi;
- risolvere semplici situazioni problematiche che riguardano eventi;
- sviluppare e valutare inferenze, previsioni ed argomentazioni basate su dati.

"Il percorso formativo si svolge attorno a **<u>cinque argomenti</u>** che organizzano unitariamente gli obiettivi specifici di apprendimento **<u>in conoscenze e abilità</u>**:

1. Il numero,
2. Geometria,
3. La misura,
4. Introduzione al pensiero razionale,
5. Dati e previsioni.

L'indicazione del percorso formativo di matematica si conclude con l'analisi degli obiettivi specifici di apprendimento legati a **<u>due procedure mentali</u>** caratterizzanti il pensiero matematico:

a. argomentare e congetturare,
b. porsi e risolvere problemi."

nuclei tematici

NP 1985

Matematica 2001

Matematica 2001

Piani di Studio Personalizzati

Obiettivi e <u>contenuti</u>

Per chiarezza espositiva vengono distinti di seguito alcuni **<u>temi matematici articolati per obiettivi</u>**. L'insegnante si sforzerà di svilupparla in modo coordinato, approfittando di tutte le occasioni sia per richiamare questioni di tipo matematico, sia per collegarli con argomenti di altre discipline. Gli obiettivi elencati hanno caratteristiche e funzioni diverse. Alcuni tengono conto della acquisizione di abilità e di conoscenze strettamente concatenate, e vanno tradotti in precise progressioni e in indicatori particolari che ne segnalino una acquisizione stabile oppure incertezze o carenze. Si tratta, principalmente, di obiettivi riguardanti **i numeri naturali e decimali,** le abilità di **calcolo** e alcuni contenuti della **geometria**. Altri obiettivi riguardano fatti, concetti, principi e procedimenti meno strettamente concatenati, da introdurre ad un primo stadio di conoscenza e che verranno sviluppati e approfonditi ad un successivo livello scolastico. Fra questi, si possono ricordare quelli relativi alla **logica,** alla **probabilità,** alla **statistica** e all'**informatica**. La valutazione del conseguimento degli obiettivi proposti deve pertanto tener conto di tali diversità.

Competenze matematiche nei vari nuclei:

Argomentare e congetturare

In contesti diversi, sperimentali, linguistici e matematici:
- osservare, individuare e descrivere regolarità;
- produrre congetture, testarle, validare le congetture prodotte;
- riconoscere proprietà che caratterizzano oggetti matematici e l'importanza delle definizioni che le descrivono;
- giustificare affermazioni con semplici concatenazioni di proposizioni.

Misurare

In contesti interni ed esterni alla matematica, con particolare riferimento alle scienze sperimentali:
- misurare grandezze;
- Leggere, scrivere e rappresentare misure;
- stimare misure;
- risolvere problemi e modellizzare fatti e fenomeni partendo da dati di misura.

Risolvere e porsi problemi

In diversi contesti sperimentali, linguistici e matematici, in situazioni varie, relative a campi di esperienza scolastici e non:
- riconoscere e rappresentare situazioni problematiche;
- impostare, discutere e comunicare strategie di risoluzione;
- risolvere problemi posti da altri;
- porsi e risolvere problemi.

"Il percorso formativo si svolge attorno a **<u>cinque argomenti</u>** che organizzano unitariamente gli obiettivi specifici di apprendimento **<u>in conoscenze e abilità</u>**:

1. Il numero,
2. Geometria,
3. La misura,
4. Introduzione al pensiero razionale,
5. Dati e previsioni.

L'indicazione del percorso formativo di matematica si conclude con l'analisi degli obiettivi specifici di apprendimento legati a **<u>due procedure mentali</u>** caratterizzanti il pensiero matematico:

a. argomentare e congetturare,
b. porsi e risolvere problemi."

nuclei trasversali

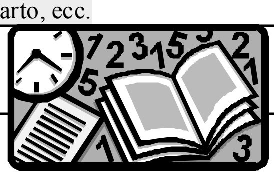
NP 1985	Matematica 2001	Piani di Studio Personalizzati
• **Aritmetica**	• **Il numero**	• **Il numero**
• **Geometria**	• **Lo spazio e le figure**	• **Geometria**
• **Logica**	• **Le relazioni**	• **La misura**
• **Probabilità e statistica**	• **I dati e le previsioni**	• **Introduzione al pensiero razionale**
• **Misura**		• **Dati e previsioni**
• **I Problemi**	• **Argomentare e congetturare**	• **Argomentare e congetturare**
	• **Misurare**	• **Porsi e risolvere problemi**
	• **Risolvere e porsi problemi**	

Matematica 2001

NP 1985

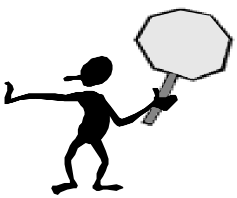
Matematica 2001

Piani di Studio Personalizzati

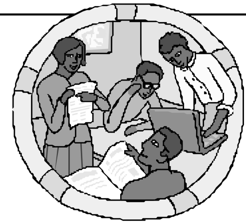
ARITMETICA Obiettivi del primo e secondo anno	IL NUMERO 1ª classe Abilità	IL NUMERO Classe prima Abilità disciplinari
• Contare, sia in senso progressivo che regressivo, collegando correttamente la sequenza numerica verbale con l'attività manipolativa e percettiva. • Confrontare raggruppamenti di oggetti rispetto alla loro quantità e indicare se essi hanno lo stesso numero di elementi, oppure di più o di meno.	• Contare sia in senso progressivo che regressivo. • Contare oggetti e confrontare raggruppamenti di oggetti.	• Contare sia in senso progressivo che regressivo. • Usare il numero per contare, confrontare e ordinare raggruppamenti di oggetti.
• Leggere e scrivere i numeri naturali almeno entro il cento, esprimendoli sia in cifre che a parole; confrontarli e ordinarli, anche usando i simboli =, <, >; inoltre disporli sulla linea dei numeri in modo corretto.	• Leggere e scrivere numeri in base dieci. • Confrontare e ordinare numeri, sviluppando il senso della loro grandezza relativa; collocare numeri sulla retta.	• Leggere e scrivere numeri naturali sia in cifre, sia in parole.
• Eseguire con precisione e rapidità semplici calcoli mentali di addizioni e sottrazioni. • Eseguire, almeno entro il cento, addizioni e sottrazioni, moltiplicazioni e divisioni (con moltiplicatori e divisori di una cifra) anche con l'ausilio di opportune concretizzazioni e rappresentazioni.	• Eseguire semplici calcoli mentali con addizioni e sottrazioni. • Calcolare il risultato di semplici addizioni e sottrazioni, usando metodi e strumenti diversi in situazioni concrete.	• Comprendere le relazioni tra operazioni di addizione e sottrazione.
• Raggruppare oggetti a due a due contando per due, raggrupparli a tre a tre contando per tre, e così via. • Con l'aiuto di quantità adeguate di oggetti calcolare, in collegamento reciproco, il doppio/la metà, il triplo/il terzo, il quadruplo/il quarto, ecc.		
	• Comprendere e usare consapevolmente i numeri nelle situazioni quotidiane in cui sono coinvolte grandezze e misure (lunghezze, pesi, costi, ecc.).	
	• Esplorare e risolvere situazioni problematiche che richiedono addizioni e sottrazioni, individuando le operazioni adatte a risolvere il problema; comprendere il significato delle operazioni.	• Esplorare, rappresentare (con disegni, parole, simboli) e risolvere situazioni problematiche utilizzando addizioni e sottrazioni.
	Conoscenze • Numeri naturali. • Rappresentazione dei numeri naturali in base dieci. • Addizione e sottrazione tra numeri naturali.	**Conoscenze** • I numeri naturali nei loro aspetti ordinali e cardinali. • Concetto di maggiore, minore, uguale. • Operazioni di addizione e di sottrazione fra numeri naturali.

ARITMETICA	IL NUMERO Primo biennio (2ª e 3ª classe) Abilità	IL NUMERO Classi seconda e terza Abilità disciplinari
	• Comprendere il significato e l'uso dello zero e della virgola. • Comprendere il significato del valore posizionale delle cifre nel numero naturale e nel numero decimale. • Confrontare e ordinare numeri decimali e operare con essi. • Rappresentare i numeri naturali, i decimali sulla retta.	• Riconoscere nella scrittura in base dieci dei numeri, il valore posizionale delle cifre.
	• Eseguire semplici operazioni del tipo: doppio/metà, triplo/un terzo. • Eseguire semplici calcoli mentali con moltiplicazioni e divisioni, utilizzando le tabelline e le proprietà delle operazioni. • Calcolare il risultato di semplici moltiplicazioni e divisioni. • Riconoscere e costruire relazioni tra numeri naturali (multipli, divisori).	• Acquisire e memorizzare le tabelline. • Eseguire moltiplicazioni e divisioni tra numeri naturali con metodi, strumenti e tecniche diversi (calcolo mentale, carta e penna, moltiplicazione a gelosia o araba, divisione canadese ecc.). • Ipotizzare l'ordine di grandezza del risultato per ciascuna delle quattro operazioni tra numeri naturali.
	• Comprendere i significati delle frazioni (parti di un tutto unità, parti di una collezione, operatori tra grandezze).	
	• Collegare le operazioni (addizione e sottrazione) tra numeri naturali ad operazioni tra grandezze (lunghezze, pesi, costi, ecc.).	
	• Esplorare situazioni problematiche che richiedono moltiplicazioni e divisioni tra numeri naturali. • Verbalizzare le strategie risolutive e usare i simboli dell'aritmetica per rappresentarle.	• Esplorare, rappresentare e risolvere situazioni problematiche utilizzando la moltiplicazione e la divisione. • Verbalizzare le operazioni compiute e usare i simboli dell'aritmetica per rappresentarle.
	Conoscenze • Numeri decimali, frazioni. • Scrittura posizionale dei numeri naturali e decimali. • Moltiplicazione e divisione tra numeri naturali. 	**Conoscenze** • Rappresentazione dei numeri naturali in base dieci: il valore posizionale delle cifre. • Moltiplicazione e divisione tra numeri naturali. • Significato del numero zero e del numero uno e loro comportamento nelle quattro operazioni. • Algoritmi delle quattro operazioni. • Sviluppo del calcolo mentale. • Ordine di grandezza.

ARITMETICA **Obiettivi del terzo, quarto e quinto anno**	**IL NUMERO Secondo biennio (4ª e 5ª classe) Abilità**	**IL NUMERO Classi quarta e quinta Abilità disciplinari**
• Leggere i numeri, naturali e decimali, espressi sia in cifre sia in parole, traducendoli nelle corrispondenti somme di migliaia, centinaia, decine, unità, decimi, centesimi, ecc. • Scrivere sia in cifre sia a parole, anche sotto dettatura, i numeri naturali e decimali, comprendendo il valore posizionale delle cifre, il significato e l'uso dello zero e della virgola. • Confrontare e ordinare i numeri naturali e decimali, utilizzando opportunamente la linea dei numeri (ad esempio, mediante sottograduazioni).	• Riconoscere le differenze tra diversi sistemi di numerazione (es. additivo, posizionale); utilizzare i sistemi numerici necessari per esprimere misure di tempo e di angoli.	• Leggere e scrivere numeri naturali e decimali consolidando la consapevolezza del valore posizionale delle cifre. • Confrontare e ordinare numeri decimali e operare con essi. • Rappresentare i numeri sulla retta numerica.
• Scrivere una successione di numeri naturali partendo da una regola data; viceversa, scoprire una regola che generi una data successione.		
• Intuire e saper usare la proprietà commutativa e associativa nella addizione e nella moltiplicazione, la proprietà distributiva del prodotto rispetto alla somma, la proprietà invariantiva nella sottrazione e nella divisione anche per agevolare i calcoli mentali utilizzando opportune strategie e approssimazioni. • Moltiplicare e dividere numeri naturali e decimali per dieci, cento e mille, comprendendo il significato di queste operazioni. • Eseguire per iscritto le quattro operazioni aritmetiche con i numeri naturali e decimali, comprendendo il significato dei procedimenti di calcolo. • Calcolare, in relazione reciproca, multipli e divisori di numeri naturali, e riconoscere i numeri primi.	• Eseguire addizioni, sottrazioni, moltiplicazioni, divisioni con padronanza degli algoritmi, usando metodi e strumenti diversi (calcolo mentale, carta e matita, abaco, calcolatrici, …); controllare la correttezza del calcolo, stimando l'ordine di grandezza.	• Avviare procedure e strategie di calcolo mentale, utilizzando le proprietà delle operazioni. • Eseguire le quattro operazioni anche con numeri decimali con consapevolezza del concetto e padronanza degli algoritmi. • Effettuare consapevolmente calcoli approssimati. • Fare previsioni sui risultati di calcoli eseguiti con mini calcolatrici. • Confrontare l'ordine di grandezza dei termini di un'operazione tra numeri decimali ed il relativo risultato. • Riconoscere e costruire relazioni tra numeri naturali (multipli, divisori, numeri primi, …).
• Trovare le frazioni che rappresentano parti di adatte figure geometriche, di insiemi di oggetti o di numeri; viceversa, data una frazione trovare in opportune figure geometriche, in insiemi di oggetti o in numeri la parte corrispondente, con particolare attenzione alle suddivisioni decimali. • Confrontare e ordinare le frazioni più semplici, utilizzando opportunamente la linea dei numeri (ad esempio, con graduazioni successive).	• Riconoscere scritture diverse (frazione decimale, numero decimale) dello stesso numero, dando particolare rilievo alla notazione con la virgola.	• Confrontare e ordinare le frazioni più semplici, utilizzando opportunamente la linea dei numeri.

• Confrontare e ordinare sulla linea dei numeri gli interi relativi, facendo riferimento, se necessario, a esperienze personali (ad esempio, l'uso del termometro).	• Attraverso applicazioni in contesti conosciuti, comprendere il significato dei numeri interi (positivi, nulli, negativi). • Rappresentare gli interi sulla retta. • Eseguire addizioni e sottrazioni tra interi avvalendosi della rappresentazione sulla retta.	
• Rispettare l'ordine di esecuzione di una serie di operazioni (espressione), interpretando il significato della punteggiatura e comprendendo l'ordine stesso; viceversa, costruire una espressione usando l'adeguata punteggiatura per il rispetto dell'ordine di esecuzione.	• Costruire e rappresentare semplici sequenze di operazioni note tra naturali.	
	• Modellizzare e risolvere situazioni problematiche in campi diversi di esperienza con il ricorso a numeri e operazioni in notazioni diverse (es. percentuali).	
	Conoscenze • Proprietà dei numeri. Il numero zero e il numero uno. • Numeri decimali, frazioni. • Scrittura posizionale dei numeri naturali e decimali. • Operazioni tra numeri decimali. • Numeri interi. • Addizione e sottrazione tra numeri interi. • Proprietà delle operazioni. • Composizione di operazioni e significato delle parentesi.	**Conoscenze** • Relazioni tra numeri naturali; consolidamento delle quattro operazioni e dei relativi algoritmi di calcolo. • Introduzione in contesti concreti dei numeri interi relativi (positivi, nulli, negativi). • Ordinamento dei numeri interi relativi sulla retta numerica. • Introduzione dei numeri decimali • Nozione intuitiva e legata a contesti concreti della frazione e loro rappresentazione simbolica. • Scritture diverse dello stesso numero (frazione, frazione decimale, numero decimale). • Ordine di grandezza ed approssimazione.
	**Aspetti storici connessi** La scrittura dei numeri nel passato: origine e diffusione dei numeri indo-arabi; evoluzione della forma delle cifre, dalle cifre arabe a quelle attuali; sistemi di scrittura non posizionali (babilonesi, egizi e romani).	**Aspetti storici connessi alla matematica.** • Origine e diffusione dei numeri indo-arabi, sistemi di scrittura non posizionali, le cifre romane.
	**Nota.** Si sconsiglia di affrontare le operazioni e le espressioni con le frazioni. È bene, infatti, che i bambini imparino a comprenderne il significato piuttosto che acquisire mere abilità operative. A questo livello scolastico, il linguaggio degli insiemi può essere un comodo strumento per esprimere in modo sintetico situazioni e per risolvere problemi.	

NP 1985	Matematica 2001	Piani di Studio Personalizzati
• **I Problemi**	• **Argomentare e congetturare** • **Risolvere e porsi problemi**	• **La misura** • **Argomentare e congetturare** • **Porsi e risolvere problemi**

<table>
<tr>
<td rowspan="6"></td>
<td>ARGOMENTARE E CONGETTURARE
1° classe
Abilità</td>
<td rowspan="6">

“ARGOMENTARE E CONGETTURARE

Le abilità specifiche che si possono indicare come componenti di questa procedura sono le seguenti:
• individuare e descrivere regolarità in semplici contesti concreti e in contesti matematici,
• esprimere semplici congetture e verificarle in opportuni casi particolari,
• avanzare congetture e cercare poi di convalidarle, sia empiricamente, sia mediante argomentazioni adeguate, sia eventualmente ricorrendo ad opportuni contro-esempi.”</td>
</tr>
<tr>
<td>• Individuare e descrivere regolarità in semplici contesti concreti.</td>
</tr>
<tr>
<td>ARGOMENTARE E CONGETTURARE
Primo biennio (2ª e 3ª classe)
Abilità</td>
</tr>
<tr>
<td>• Produrre semplici congetture.
• Verificare le congetture prodotte testandole su casi particolari.
• Individuare e descrivere regolarità in contesti matematici e non, tratti dalla propria esperienza o proposti per l’osservazione.</td>
</tr>
<tr>
<td>ARGOMENTARE E CONGETTURARE
Secondo biennio (4ª e 5ª classe)
Abilità</td>
</tr>
<tr>
<td>• Produrre congetture; validarle, sia empiricamente, sia mediante argomentazioni, sia ricorrendo a eventuali controesempi.
• Descrivere oggetti matematici anche in modo carente o sovrabbondante, con riferimento alle caratteristiche ed alle proprietà osservate.
• Giustificare le proprie idee durante una discussione matematica con semplici argomentazioni.</td>
</tr>
</table>

da: **TIMSS**[1] **T**rends in **I**nternational **M**athematics and **S**cience **S**tudy
International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA),
"TIMSS Assessment Frameworks and Specifications 2003",
2nd Edition, February 2003, International Study Center, Lynch School of Education, Boston College.

"COMUNICARE MATEMATICAMENTE"

Saper comunicare idee e saper descrivere processi matematici sono competenze importanti per molti aspetti della vita e fondamentali per l'insegnamento e l'apprendimento dei contenuti. Rappresentare, modellizzare e interpretare, per esempio, sono aspetti della comunicazione. La comunicazione è un risultato importante dell'educazione matematica e non è considerata un dominio conoscitivo isolato. Piuttosto può essere intesa come una dimensione sovrastante tutte le aree ed i processi di contenuto matematici. La comunicazione è fondamentale per ognuna delle categorie[2] "*conoscere fatti e procedure", "usare concetti", "risolvere problemi di routine", "ragionare*" e la comunicazione da parte degli studenti in matematica e circa la matematica dovrebbe essere accertabile in ognuna di queste aree.

Nel TIMSS gli studenti possono dimostrare le abilità comunicative attraverso la descrizione e la spiegazione, ad esempio descrivendo o discutendo un oggetto, un concetto o un modello matematico. La comunicazione avviene anche facendo uso della terminologia appropriata e dei simboli matematici, dimostrando la procedura utilizzata per semplificare, valutare o risolvere un'equazione oppure usando particolari modi di rappresentazione per presentare idee matematiche.

Vi è comunicazione quando si spiega perché sono stati utilizzati una procedura, un modello particolari oppure la ragione di un risultato inaspettato o anomalo. Gli item spaziano su un'ampia gamma di contenuti e di processi e richiedono le abilità comunicative di saper dare una descrizione o una spiegazione. Agli studenti può venir chiesto di descrivere o spiegare perché hanno scelto un particolare metodo o perché hanno dato una certa risposta.

RAGIONAMENTO MATEMATICO

Il ragionamento matematico implica la capacità di pensiero logico e sistematico. Esso include il ragionamento intuitivo e induttivo basato su schemi e regolarità che possono essere utilizzati per arrivare a soluzioni anche di *problemi non di routine*. I *problemi non di routine* molto probabilmente non sono familiari agli studenti: richiedono competenze che vanno oltre quelle necessarie per la soluzione di problemi di routine, anche quando sono state apprese sia le conoscenze che le abilità richieste per la loro soluzione. I *problemi non di routine* possono essere puramente matematici oppure possono avere cornici realistiche. Questi item implicano il trasferimento di conoscenze e di abilità a nuove situazioni e l'interazione tra le capacità di ragionamento.

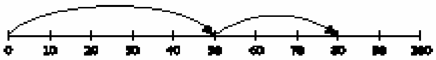
I comportamenti elencati nel "dominio" *ragionamento* sono quelli a cui si ricorre quando si riflette su tali problemi e si trovano soluzioni; ognuno di essi rappresenta un risultato valutabile dell'educazione matematica, con la potenzialità di influenzare il pensiero dei discenti. Per esempio il ragionamento implica l'abilità di osservare e di fare congetture. Inoltre ragionare significa saper fare deduzioni logiche basate su assunzioni e regole specifiche e saper giustificare i risultati.

---

[1] Traduzione a cura di Ketty Savioli.
Il TIMSS 2003 è lo studio più recente dello IEA finalizzato a misurare le tendenze degli studenti nei risultati di apprendimento in matematica e scienze. Altri progetti TIMSS precedenti nel 1995 e nel 1999.

[2] Con il termine "Mathematics Cognitive Domains" (letteralmente: domini conoscitivi matematici) il TIMSS intende i "comportamenti degli studenti utilizzati per definire le strutture matematiche"; sono stati classificati in: *conoscere i fatti e le procedure, utilizzare i concetti, risolvere problemi di routine, ragionare*.

RAGIONARE

Fare ipotesi / congetture / previsioni	Fare congetture appropriate mentre si analizzano schemi, si discutono idee, si propongono modelli, si esaminano dati; specificare un risultato (un numero, uno schema, una somma, una trasformazione, ecc.) che risulterà da un'operazione o un esperimento non ancora effettuati.
Analizzare	Determinare, descrivere o usare relazioni tra variabili o oggetti in situazioni matematiche; analizzare dati statistici invariati; scomporre figure geometriche per semplificare la soluzione di un problema; formulare inferenze valide ricavate da informazioni date.
Valutare	Discutere e valutare criticamente un'idea matematica, una congettura, una strategia di *problem solving*, un metodo, una prova, ecc. <u>Esempio per il grado 4</u>[3] Due pittori usano tre barattoli di vernice per dipingere una staccionata. Poi devono usare lo stesso tipo di vernice per dipingere una staccionata simile, che è lunga il doppio e alta il doppio rispetto alla prima staccionata. Uno dei pittori dice che avranno bisogno di circa il doppio della vernice per dipingere la parete. Spiega se il pittore ha ragione e motiva la tua risposta con delle ragioni.
Generalizzare	Estendere il dominio al quale il risultato del pensiero matematico e del problem solving è applicabile riaffermando i risultati in termini più generali e più ampiamente applicabili. <u>Esempio per il grado 4</u> Data la successione 1, 4, 7, 10…, descrivi la relazione tra ciascun termine e il successivo e trova il termine successivo a 61.
Collegare	Collegare nuove conoscenze a conoscenze già possedute; fare collegamenti tra elementi diversi di conoscenza e dare rappresentazioni; fare collegamenti tra idee matematiche raccontate o oggetti.
Sintetizzare/ Integrare	Combinare procedure matematiche diverse per stabilire risultati; mettere in relazione risultati diversi per produrre un ulteriore risultato. <u>Esempio per il grado 4</u> Risolvi un problema per il quale alcune informazioni chiave per la soluzione devono essere ricavate prima da una tabella.
Risolvere problemi non di routine	Risolvere una serie di problemi in un contesto matematico o della vita reale che gli studenti molto probabilmente non hanno mai incontrato; applicare procedure matematiche in contesti poco familiari. <u>Esempio per il grado 4</u> In un paese speciale la gente scrive i numeri nel seguente modo: 11 è scritto ▼▼✪, 42 è ❑❑✪✪ e 26 è ❑▼✪. Come fanno le persone in questo paese a scrivere 37?
Giustificare/ provare	Provare l'evidenza per la validità di un'azione o la verità di un'asserzione di un risultato matematico o di una proprietà; sviluppare argomenti matematici per verificare o confutare asserzioni, dare informazioni attinenti. <u>Esempio per il grado 4</u> 50+30=80. Utilizza la retta dei numeri per dimostrare che questa operazione è corretta (gli studenti segnano in maniera appropriata in modi diversi) 

[3] Il grado 4 si riferisce agli studenti di 9 anni.

Il concetto di numero attraverso la storia[1].

"Le nozioni originarie collegate ai concetti di numero, grandezza e forma si possono far risalire alle epoche più antiche in cui visse l'uomo e vaghi accenni a nozioni matematiche si possono vedere adombrati in forme di vita che forse hanno anticipato il genere umano di parecchi milioni di anni. Darwin (L'origine della specie, 1871) notò che certi animali superiori posseggono capacità come la memoria e l'immaginazione, e oggi è ancor più evidente che le capacità di distinguere il numero, la dimensione, l'ordine e la forma - rudimenti di un istinto matematico - non sono proprietà esclusiva del genere umano. Esperimenti effettuati con corvi, per esempio, hanno mostrato che almeno certi uccelli sono in grado di distinguere insiemi contenenti fino a quattro elementi. In numerose forme inferiori di vita è chiaramente presente una consapevolezza delle differenze esistenti in strutture che si trovano nel loro ambiente, e ciò è affine all'interesse del matematico per la forma e la relazione. [...]. È chiaro che originariamente la matematica nacque come un aspetto della vita quotidiana dell'uomo; e se è valido il principio biologico della "sopravvivenza del più adatto", la durata del genere umano probabilmente non è del tutto priva di rapporto con lo sviluppo di concetti matematici nell'uomo. In un primo tempo le nozioni primitive di numero, grandezza e forma facevano, forse, riferimento più a contrasti che non a somiglianze: la differenza tra un solo lupo e molti lupi, la disuguaglianza di dimensioni tra un pesciolino e una balena, la dissomiglianza tra la rotondità della Luna e la rettilinearità di un pino. Gradualmente deve essere emersa, dal disorientamento di esperienze caotiche, la consapevolezza che esistono somiglianze [...]. Le differenze stesse sembrano rinviare a somiglianze; infatti, il contrasto tra un solo lupo e molti lupi, tra una pecora e un gregge, tra un albero e una foresta suggerisce che un lupo, una pecora e un albero hanno qualcosa in comune: la loro unicità. Nella stessa maniera si sarebbe osservato che certi altri gruppi, come le coppie, possono essere messi in corrispondenza biunivoca. Le mani possono essere appaiate con i piedi, con gli occhi, con le orecchie o con le narici. Questo riconoscimento di una proprietà astratta che certi gruppi hanno in comune, e che chiamiamo numero, rappresenta un grande passo verso la matematica moderna. È inverosimile che tale riconoscimento sia stato dovuto alla scoperta di un singolo individuo o di una singola tribù: si trattò più probabilmente di una consapevolezza graduale che si è forse sviluppata a uno stadio altrettanto primitivo dello sviluppo culturale dell'uomo quanto lo fu l'uso del fuoco, forse circa 300 000 anni fa. Che lo sviluppo del concetto di numero sia stato un processo lungo e graduale, è indicato dal fatto che alcune lingue, come il greco, hanno conservato nella loro grammatica una distinzione tripartita tra uno, due e più di due, mentre la maggior parte delle lingue moderne fanno soltanto una distinzione di "numero" bipartita tra il singolare e il plurale. Evidentemente i nostri più antichi antenati in un primo tempo contavano soltanto fino a due, indicando con "molti" qualsiasi insieme superiore. Ancor oggi molti popoli primitivi continuano a contare gli oggetti disponendoli in gruppi di due.

La consapevolezza del numero diventò alla fine sufficientemente estesa e viva da far nascere il bisogno di esprimere tale proprietà in qualche modo. Dapprima presumibilmente si utilizzò soltanto un linguaggio di segni. Le dita di una mano poterono facilmente venire usate per indicare un insieme di due o tre o quattro o cinque oggetti, mentre il numero uno in un primo momento non venne generalmente riconosciuto come vero "numero". Usando le dita di entrambe le mani si poterono rappresentare gruppi di oggetti contenenti fino a dieci elementi; combinando le dita delle mani con quelle dei piedi si poté giungere fino a venti. Quando le dita si dimostrarono insufficienti, si poterono usare mucchi di pietre per rappresentare una corrispondenza con gli elementi di un altro insieme. Spesso l'uomo primitivo, usando tale schema di rappresentazione, ammucchiava le pietre in gruppi di cinque, giacché l'osservazione delle mani e dei piedi gli aveva reso familiari i multipli di cinque. Come notò Aristotele, l'uso, oggi diffuso, del sistema decimale non fu altro che il risultato del fatto anatomico accidentale che la maggior parte di noi è nata con dieci dita dei piedi e dieci dita delle mani. Dal punto di vista matematico è un peccato che l'uomo di Cro-magnon e i suoi discendenti non avessero quattro o sei dita per ogni mano.

Sebbene sembri che, storicamente, il contare con le dita, o la pratica di contare per cinque e per dieci sia venuto più tardi del calcolare per due e per tre, i sistemi quinario e decimale quasi sempre rimpiazzarono gli schemi binario e ternario. [...]

Mucchi di pietre erano mezzi troppo effimeri per la conservazione di informazioni; perciò l'uomo preistorico, talvolta, registrava i numeri incidendo intaccature su un bastone o su un pezzo di osso. Scarso è il numero di registrazioni del genere pervenute fino a noi. In Cecoslovacchia, però, è stato trovato un osso di lupo che presenta, profondamente incise, cinquantacinque intaccature. Queste sono disposte in due serie: venticinque nella prima e trenta nella seconda; all'interno di ciascuna serie le intaccature sono distribuite in gruppi di cinque. Tali scoperte archeologiche forniscono una prova del fatto che l'idea di numero è molto più antica di progressi tecnologici quali l'uso di metalli o la costruzione di veicoli a ruote. Tale idea precede la nascita della civiltà e della scrittura, nel senso usuale del termine: ci sono infatti pervenuti resti archeologici

[1] A cura di Ketty Savioli.

dotati di significato numerico, come l'osso testé descritto, che appartengono a un periodo risalente a circa 30 000 anni fa. Ulteriori testimonianze concernenti i più antichi concetti dell'uomo intorno al numero si possono riscontrare nella lingua inglese odierna. A quanto pare, le parole *eleven e twelve* significavano originariamente "uno in più" e "due in più"; ciò indica che il prevalere del concetto decimale risale a un'epoca molto antica. Tuttavia è stata avanzata l'ipotesi che forse la parola indo-europea che sta ad indicare *otto* sia derivata da una forma duale usata per indicare quattro, e che la parola latina che significa nove vada forse collegata con *novus* (nuovo) nel senso che era l'inizio di una nuova serie. Parole del genere possono forse venire interpretate come indicanti la persistenza per un certo periodo di una scala quaternaria o ottonaria, così come la parola francese *quatre-vingt* usata ancora oggi sembra essere il residuo di un sistema vigesimale.

L'uomo si differenzia dagli altri animali soprattutto per l'uso del linguaggio. Lo sviluppo di quest'ultimo ha avuto una importanza essenziale per il sorgere del pensiero matematica astratto. Tuttavia le parole che esprimono concetti numerici si vennero formando con relativa lentezza. *Segni* numerici probabilmente precedettero le *parole* che indicavano numeri: è infatti più facile praticare incisioni in un bastone che formulare una frase ben costruita per indicare un numero. Se il problema del linguaggio non fosse stato cosi difficile, avrebbero avuto maggiori possibilità di farsi strada sistemi alternativi rispetto a quello decimale. La base cinque, per esempio, fu una delle più antiche a lasciare dietro di sé tangibili testimonianze scritte; ma prima che il linguaggio divenisse formalizzato, la base dieci aveva avuto il sopravvento. Le lingue moderne sono costruite, quasi senza eccezione, in base dieci: così il numero tredici, per esempio, non viene descritto come tre più cinque più cinque, ma come tre più dieci. Quanto sia stata lenta la formazione di un linguaggio che esprimesse astrazioni quali il numero, si deduce anche dal fatto che le espressioni numeriche verbali primitive facevano sempre riferimento a specifiche raccolte concrete - come "due pesci" o "due bastoni" - e che solo più tardi una espressione del genere fu adottata convenzionalmente per indicare tutti gli insiemi di due oggetti. [...] Le parecchie migliaia di anni che furono necessarie all'uomo per ricavare concetti astratti da ripetute situazioni concrete testimonia le difficoltà che indubbiamente si incontrarono nella costruzione di basi anche molto primitive della matematica.[...]

Il concetto di numero intero é uno dei più antichi concetti matematici e le sue origini sono avvolte nelle nebbie della preistoria. La nozione di frazione razionale, però, si sviluppo relativamente tardi e in generale in stretto rapporto con i sistemi numerici ideati dall'uomo per i numeri interi. Sembra che le tribù primitive non avessero virtualmente alcun bisogno di frazioni. Per le necessità pratiche connesse con la quantità l'uomo primitivo poteva scegliere unità sufficientemente piccole da rendere superfluo l'uso di frazioni. [...] I sistemi decimali furono essenzialmente il prodotto della matematica dell'età moderna piuttosto che di quella del periodo antico."

Carl B. Boyer "Storia della matematica", 1980, Milano, Mondadori
(concetto di numero, basi numeriche primitive, il linguaggio dei numeri e origini del calcolo)

Tappe e riflessioni sul concetto di numero attraverso la storia[2]

50 000 a.C. .Prime tracce di conteggi da parte dell'uomo di Neanderthal.

Già 30 000 anni fa, le dita delle mani (primi strumenti di conteggio) incominciavano a non essere più sufficienti per contare una quantità consistente di oggetti e al loro posto si utilizzavano dei supporti, per esempio ossa di lupo sulle quali venivano incisi o riportati segni in corrispondenza di ogni unità o gruppo di unità contati.

Successivamente è forte la necessità di costruire le **numerazioni** cioè un sistema di rappresentazione dei numeri (visiva, orale e scritta) utilizzando parole o segni che si combinano su strutture chiamate **basi**. La scrittura determina una lettura univoca, senza ambiguità.
Una numerazione è un sistema per "fare molto con poco" e si basa sul concetto di base che è ciò che distingue una scrittura da un puro e semplice raggruppamento nel quale ogni numero è la somma dei precedenti(es:11= 1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1). È come se si contasse per "pacchetti". Le basi privilegiate nel corso dei secoli sono state: base 10 (decimale), la base più frequente; base 60 (sessagesimale), base 20 (vigesimale), base 12 (duodecimale), base 5 (quinaria), base 2 (binaria). Più la base è piccola e più la scrittura di un numero risulta lunga; più la base è grande e più sono necessari simboli e complesse operazioni di calcolo. La base 10 risulta essere un buon compromesso.

[2] Bibliografia: Carl B. Boyer "Storia della matematica", 1980, Milano, Mondadori; George Gheverghese "C'era una volta un numero", 2003, Milano, Il Saggiatore; "L'impero dei numeri", 1997, Universale Electa/Gallimard.

Le numerazioni concrete.

Gli **Inca** utilizzavano i *quipu* (= nodo) cioè delle cordicelle con dei nodi. Il nodi erano un “ausilio della memoria”. Facili da creare e trasportare potevano essere validi strumenti per registrare e conservare informazioni.

In base alla loro posizione i nodi assumevano il valore di unità, decine, centinaia, migliaia, decine di migliaia e perfino centinaia di migliaia. Si utilizzava la base 10.

I “calculi” (dal latino *calculus* = ciottolo) sono piccoli oggetti di argilla dei **Sumeri** (Mesopotamia) e rappresentano alcune cifre della numerazione sumerica in base 60. Il cono piccolo vale 1, la biglia 10, il cono grande 60, il cono perforato 3 600, la sfera perforata 36 000. Risalgono alla metà del IV millennio a.C.

I Romani

1	5	10	50	100	500	1000
I	V	X	L	C	D	M

I sette simboli numerici non sono lettere dell’alfabeto latino e solo dopo una lunga evoluzione sono stati assimilati a segni alfabetici.. Era un sistema limitato incapace di rappresentare numeri grandi e non era efficace per effettuare i calcoli anche più semplici. La numerazione è additiva.

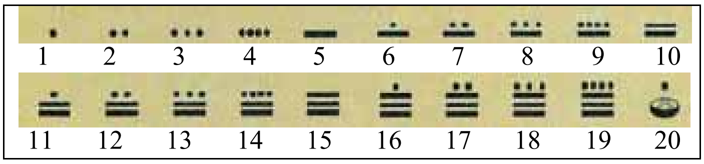
Per designare le cifre, alcune civiltà hanno scelto di non creare simboli specifici ma di usare le lettere. Nascono così le numerazioni scritte alfabetiche tra cui l’**Ebraica** e la **Greca**.

	per gli ebrei		*per i greci*	
1	א	aleph	α	alfa
2	ב	bet	β	beta
3	ג	guimel	γ	gamma

I Maya

Il sistema di notazione Maya fu uno dei sistemi più economici che siano stati ideati. Il computo del calendario (sin dal 400 a.C.) richiedeva solamente 3 simboli:

1	5	0
		



Esempio: la scrittura posizionale (vigesimale) di un numero si avvale del fatto che non si tratta di sole potenze di 20 ma di forme del tipo $18x(20)^n$

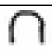
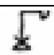
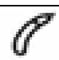
	1x (20) + 0 = 20
	1 x (18x20^2) + 18 x (18x20) + 5 x (20) + 0 = 13 780 1 x (7200) + 18 x (360) + 5 x (20) + 0 = 13 780

Gli Egizi

Le fonti ufficiali che ci parlano della matematica egizia sono il Papiro Rhind (1650 a.C.) e il Papiro di Mosca (1850 a.C.) che contengono centododici problemi con relative soluzioni.

Venivano utilizzati simboli speciali per rappresentare ciascuna potenza del 10 fino alla settima:

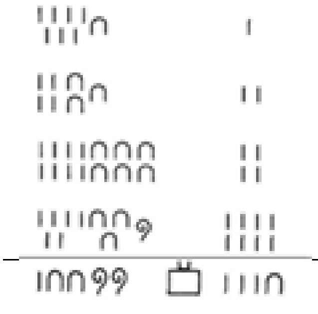
Primo sistema egizio di numerazione additiva (per potenze di 10):

1	**10**	**10^2**	**10^3**	**10^4**	**10^5**	**10^6**	**10^7**
							
pezzo di corda	pezzo di corda a forma di ferro di cavallo	giro di corda avvolta	fior di loto	dito a uncino	girino stilizzato (simbolo di grandi numeri)	uomo con le braccia alzate (la vastità)	il sole nascente (la divinità – Ra)

Si può scrivere qualsiasi numero e il fatto che non ci sia un simbolo speciale per lo zero non desta preoccupazione. Non aveva grande importanza l'ordine in cui comparivano i geroglifici ma si sistemavano generalmente in ordine di grandezza decrescente da destra verso sinistra.
Per esempio:

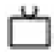
$$12\,013 = 3 + 1\,(10) + 2\,(10)^3 + 1\,(10)^4$$ si scriveva 

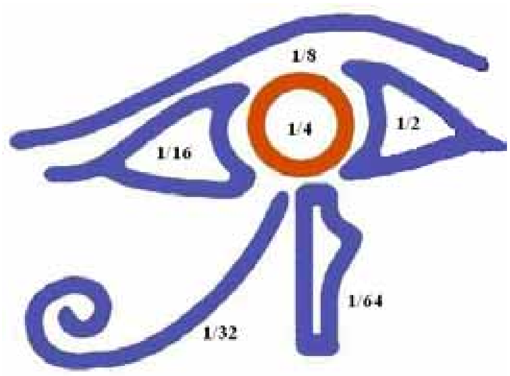
La moltiplicazione avveniva per duplicazione.



17	**1←**
34	2
68	**4←**
136	**8←**
17+68+136= 221	1+4+6= 13

In questo esempio tratto da un papiro lo scriba esegue tutti i passaggi necessari per moltiplicare 17 per 13.

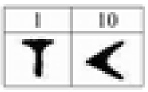
Il geroglifico simile a un rotolo di papiro  significa "il risultato è..."



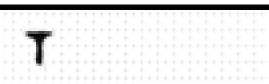
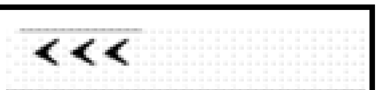
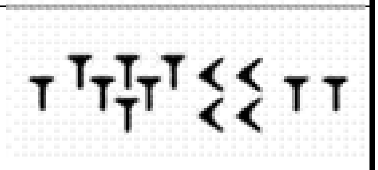
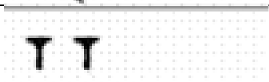
Gli egizi utilizzavano solo le frazioni con numeratore uguale a 1 e alcune particolari come 2/3 . Ciascuno dei primi termini della progressione geometrica ½, ¼, 1/8, 1/16, 1/32, 1/64 è rappresentato da un geroglifico. La loro combinazione ritrae "l'occhio di Horus", dio dell'antico Egitto.

La Mesopotamia – Babilonia

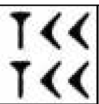
Le fonti storiche pervenute sono tavolette scritte in caratteri cuneiformi e risalgono al III millennio a.C.



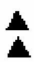
I Sumeri hanno inventato un sistema numerico a valore posizionale.
Notazione cuneiforme del 2500 a.C.
Ogni simbolo assume un valore a seconda della sua posizione relativa.

60 = 60 x (1)		**½ = 60^{-1} x (30)** **cioè 30/60**	
95 = 60 x (1) + 35		**4002 = 60^2 x (1) + 60 x (6) + 42**	
120 = 60 x (2)			

La notazione posizionale Babilonese non prevede l'uso dello 0 e neppure un simbolo corrispondente alla nostra virgola per separare interi da decimali. Quindi in alcuni casi un numero poteva essere frainteso. Per esempio:

	poteva voler dire per esempio:
60 (2) + 40 = 160	
60^2 (2) + 60 (0) + 40 = 7240	
2+40/60 = 2+2/3	

Si guardava il contesto in cui tali numeri erano scritti e difficilmente si sbagliava.

Solo successivamente venne introdotto un simbolo separatore posizionale: . Così  diventa senza ambiguità 7240.

La matematica cinese antica
Fonte principale: “Chiu Chang Suan Shu” ovvero “Nove capitoli sulle arti matematiche” (200 a.C.).
Dal III sec d.C. sistema di notazione con aste numeriche dette *tsung* (che rappresentano le unità, centinaia, decine di migliaia) e *heng* (che rappresentano decine, migliaia, centinaia di migliaia). È una numerazione posizionale.

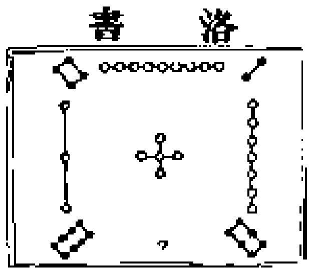
tsung	
heng	

Il numero 3 614 è scritto come

Le bacchette di calcolo erano, oltre che di bambù, di legno, ghisa, giada, avorio. L’espediente ingegnoso di alternare l’orientamento delle righe in valori posizionali successivi significava che era facile verificare la corretta posizione dei numeri:

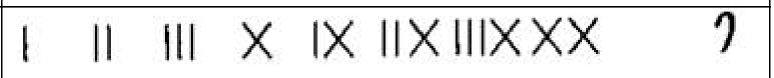
102 si scriveva 	12 si scriveva 

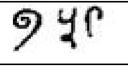
La rappresentazione dello zero non crea problemi: viene lasciato semplicemente uno spazio vuoto che successivamente, per influenza indiana, verrà riempito con un pallino. I Cinesi avevano in comune con i Greci l’amore per la numerologia e per il misticismo legato ai numeri. I quadrati magici erano situazioni matematiche concrete che godevano di proprietà notevoli. I quadrati magici cinesi più antichi risalgono al III sec a.C. Lo Shu è un quadrato magico regolare di ordine 3.



4	9	2
3	5	7
8	1	6

La matematica indiana antica
Fonti principali: i Veda dal 1000 a.C.
L’evoluzione dei numeri indiani:

	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
Kharosthi (dal IV sec a.C.)	
Brahmi (dal II sec. a.C.)	
Gwalior (dal I sec. d.C.)	

270 si scrive (incisione del 876 d.C. in cui compare per la prima volta il simbolo zero con il valore posizionale associato)	
947 si scrive (da un manoscritto del III sec d.C)	

È un sistema decimale evoluto che comprende lo zero. È citata la parola *sunya* cioè il vuoto, che rappresenta lo 0.

La matematica araba
Gli arabi furono determinanti per la diffusione delle cifre indiane. Nel 773 giunse a Baghdad un ambasciatore indiano che importò alla corte del califfo al-Mansur e degli studiosi arabi l’inestimabile valore della notazione posizionale e dei calcoli indiani.
Nell’830 circa **Al-Kuwarizmi** scrisse la sua famosa *Aritmetica*, un testo arabo divenuto famoso che si occupava dei nuovi numeri indiani. Viene spiegato il sistema posizionale e l’utilità della cifra zero. In Europa il calcolo fu chiamato “algoritmo” dalla traduzione in latino di Al-Kuwarizmi.

La pietra miliare per la diffusione dei numeri indiani è stata la pubblicazione del *Liber Abaci* (inizi del 1200 d.C.) da parte di Leonardo Pisano detto **Fibonacci** che da giovane viaggiò molto nell'Africa del Nord. Qui i suoi maestri arabi gli fecero conoscere i numeri indiani. Importò in Italia il nuovo sistema indiano presentandolo con queste parole:

> *"I nove numeri indiani sono 9,8,7,6,5,4,3,2,1. Con questi nove e il segno 0, che in arabo viene chiamato sifr, si può scrivere qualsiasi numero si voglia..."*

Sifr divenne in latino *zephirum* da cui *zefiro* cioè zero.
Per molto tempo si utilizzò la doppia notazione indiana e romana. A volte vennero emanati regolamenti rigidi da parte dell'autorità politica per scoraggiare l'uso della nuova notazione. La polemica tra gli **abacisti** (coloro che privilegiavano l'uso di strumenti per fare i calcoli) e tra gli **algoristi** (quelli che promuovevano l'uso del nuovo sistema che agevolava notevolmente il calcolo) con il tempo fu vinta da questi ultimi.

Oltre alla scrittura è importante studiare l'evoluzione del senso del numero. Nel corso dei secoli l'insieme dei numeri è stato ampliato in base a specifiche esigenze matematiche che spesso si riferivano alla necessità di trovare soluzioni di quelle che oggi chiamiamo equazioni.

NATURALI **N**	$\mathbf{N} = \{0, 1, 2, 3,...\}$	I Pitagorici (Grecia) fecero profondi studi sui numeri naturali e sulle loro proprietà.(V-VI sec. a.C.)
INTERI **Z**	$\mathbf{Z} = \mathbf{N} \cup \{..., -3, -2, -1\}$ cioè naturali più negativi	Introdotti dagli indiani sec VI e VII d.C.
RAZIONALI **Q**	$\mathbf{Q} = \left\{ \frac{m}{n} \text{ con m, n appartenen ti a Z} \right\}$ Un numero razionale può essere scritto in forma decimale - decimali limitati (es: ½ = 0,5) - decimali illimitati periodici 7/6=1,13333... cioè $1,1\overline{3}$ (si legge *tre periodico*)	Studio del rapporto tra due numeri (i Pitagorici li veneravano come i "descrittori del mondo"). I Babilonesi ed Egizi già utilizzavano frazioni con 1 al numeratore. Frazione deriva dal latino *fractio* che a sua volta deriva da *kasr* (arabo) che significa "rompere". La scrittura decimale di un numero razionale ha assunto forma definitiva nel 1400 con gli studi di al-Kashi matematico persiano. In Occidente si è diffusa con gli studi di Stevin nel "*Disme*".
IRRAZIONALI **I**	I = {decimali illimitati non periodici} Non possono essere scritti in forma frazionaria. π = 3,14159... (pi greco) $\sqrt{2}$ = 1,41421...(radice quadrata di 2)	Misure **incommensurabili** cioè non possono essere misurate con unità di misura comuni. Negate dai Pitagorici. Esempio: il lato unitario di un quadrato e la sua diagonale sono misure incommensurabili.
REALI **R**	$\mathbf{R} = \mathbf{Q} \cup \mathbf{I} \cup \{ \pm\infty \}$	Furono definiti per ampliare il campo dei numeri dal matematico e filosofo arabo Omar Khayyam (XI sec.). Tra i numeri razionali e i numeri reali c'è la differenza della continuità: in **R** non ci sono buchi (es: rappresentazione della retta reale). Il campo dei numeri Reali si estende con l' infinito potenziale (∞) necessario per lo studio dell'analisi matematica.
COMPLESSI **C**	$\mathbf{C} = \mathbf{R} \cup \{ \sqrt{-1} = \mathbf{i} \}$ con **i** unità immaginaria	Sono stati definiti con lo studio dell'analisi matematica e necessari per dare soluzione all'equazione $x^2+1=0$ (che in **R** non ammette soluzione).

Curiosità: il GOOGOL ovvero il numero più grande.
Sappiamo che i numeri sono infiniti ma qual è il numero più grande che possiamo utilizzare e ci può servire?
Il numero totale di particelle nell'universo è stato stimato con numeri che vanno da 10^{72} a 10^{87}.
I matematici (Kasner e Newman) hanno inventato il **googol**. Per definizione il googol è un 1 seguito da 100 zeri cioè:

$$1 \text{ googol} = 10^{100} = 10000000000000000000000000000000000000000000000000 \\ 00000000000000000000000000000000000000000000000000.$$

È stato definito anche il **googolplex** cioè un 1 seguito da un googol di zeri cioè 1^{googol}.
È stato stimato che il numero di gocce di pioggia che cadono su una città come New York in un secolo è di lunga inferiore a 1 googol. Il googol è un numero che si utilizza nel calcolo combinatorio.

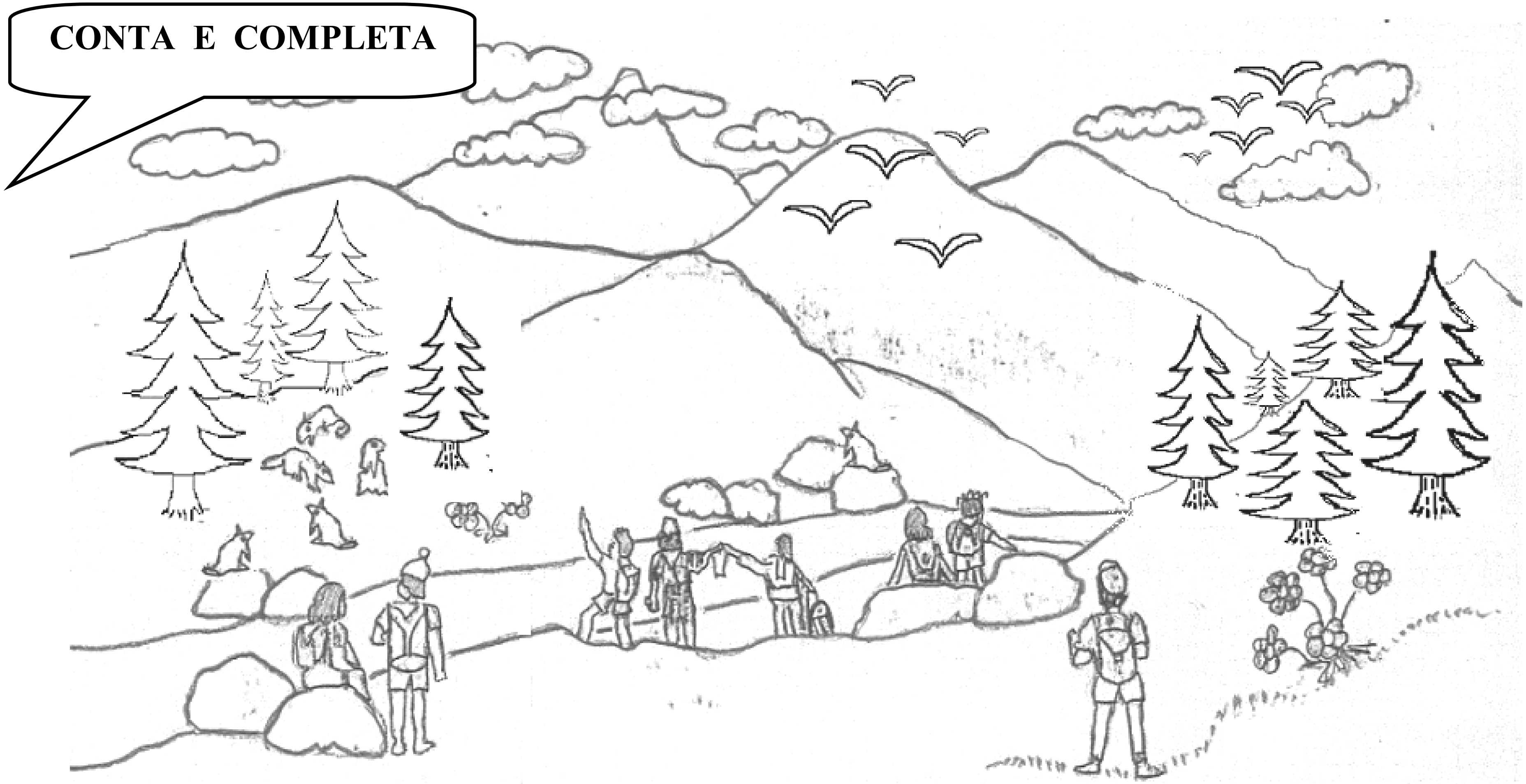
SEZIONE ITEM

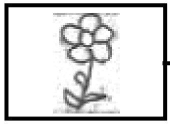
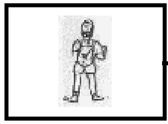
		a	b	c	d	e
	AVIMES.MATEMATICA/2004 **IL NUMERO**	**Applicare una tecnica**	**Utilizzare una conoscenza**	**Ricevere e interpretare una informazione**	**Analizzare una situazione e organizzare un procedimento risolutivo**	**Dare un senso a un risultato**
A	**Comprendere il significato dei numeri, i modi per rappresentarli e il significato della notazione posizionale.**		**UMI.Ab.1** **UMI.Ab.2** Ab.3 Ab.4 Ab.5 Ab.6 Ab.7 Ab.8 Ab.9 Ab.10	**UMI.Ac.1** **UMI.Ac.2** **UMI.Ac.3** Ac.4 Ac.5 Ac.6 Ac.7 Ac.8 Ac.9 Ac.10	Ad.1	**UMI.Ae.1** **UMI.Ae.2** **UMI.Ae.3** **UMI.Ae.4** Ae.5 Ae.6 Ae.7 Ae.8 Ae.9 Ae.10 Ae.11 Ae.12 Ae.13 Ae.14 Ae.15 Ae.16 Ae.17 Ae.18 Ae.19 Ae.20 Ae.21 Ae.22 Ae.23 Ae.24 Ae.25 Ae.26 Ae.27 Ae.28
B	**Comprendere il significato delle operazioni. Operare tra numeri in modo consapevole, sia mentalmente, sia per iscritto, sia con strumenti.**		Bb.1 Bb.2	Bc.1 Bc.2	Bd.1 Bd.2	**UMI.Be.1** **UMI.Be.2** **UMI.Be.3** **UMI.Be.4** Be.5 Be.6 Be.7 Be.8 Be.9 Be.10 Be.11 Be.12 Be.13
C	**Usare il ragionamento aritmetico e la modellizzazione numerica per risolvere problemi tratti dal mondo reale o interni alla matematica.**				**UMI.Cd.1** **UMI.Cd.2** **UMI.Cd.3** **UMI.Cd.4** **UMI.Cd.5** **UMI.Cd.6** **UMI.Cd.7** **UMI.Cd.8**	**UMI.Ce.1** Ce.2 Ce.3

- **Livello di competenza:** **UTILIZZARE UNA CONOSCENZA**
- **Livello difficoltà prevista:** **FACILE**
- **Classe/i:** **1ª - 2ª**

UMI.Ab.1 Matematica 2001 Il numero (pag. 66)	**Risposte corrette**	**Errori più frequenti**
Campo aperto a risposta breve.		
UMI.Ab.1.1	8	8 ±1 ……
UMI.Ab.1.2	6	6 ±1 ……
UMI.Ab.1.3	10	10 ±1 ……
UMI.Ab.1.4	9	9 ±1 ……

UNA DOMENICA IN MONTAGNA



	7								

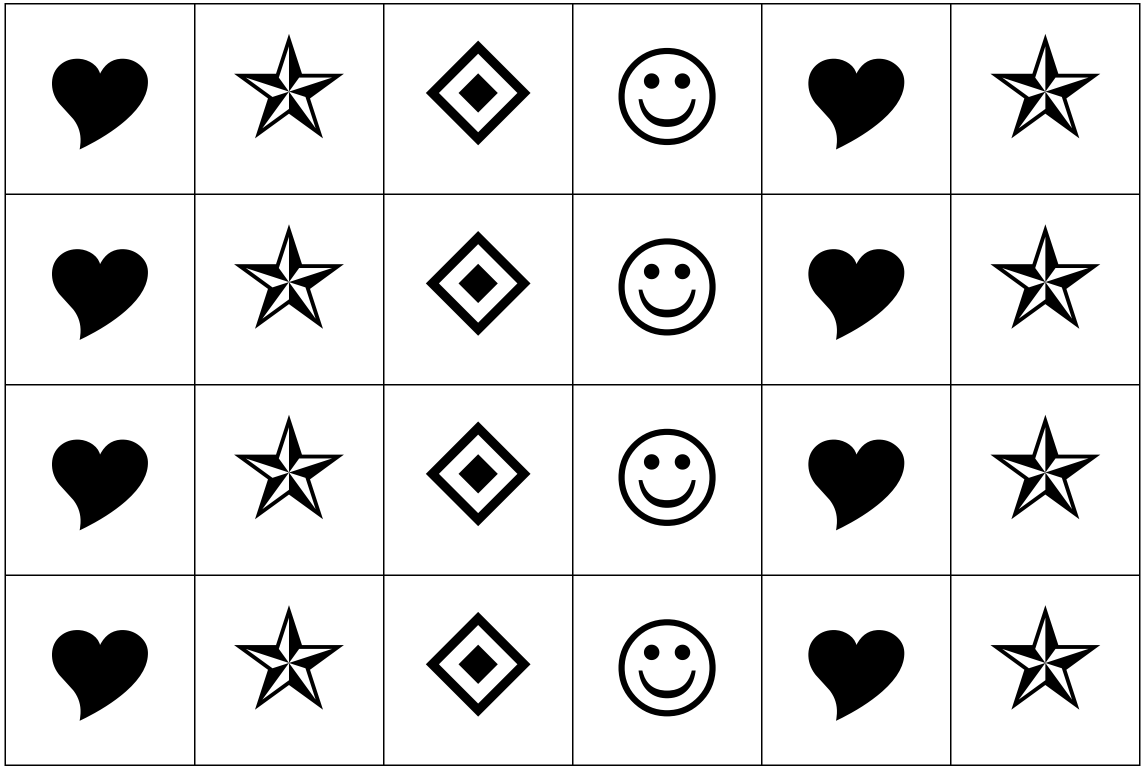
- **Livello di competenza:** **UTILIZZARE UNA CONOSCENZA**
- **Livello difficoltà prevista:** **FACILE**
- **Classe/i:** **1ª - 2ª**

UMI.Ab.2 Matematica 2001 Il numero (pag. 67)	**Risposta corretta**	**Errori più frequenti**
Campo aperto a risposta breve.	24	6 4 ……

LE CARTE

CONTA E COMPLETA

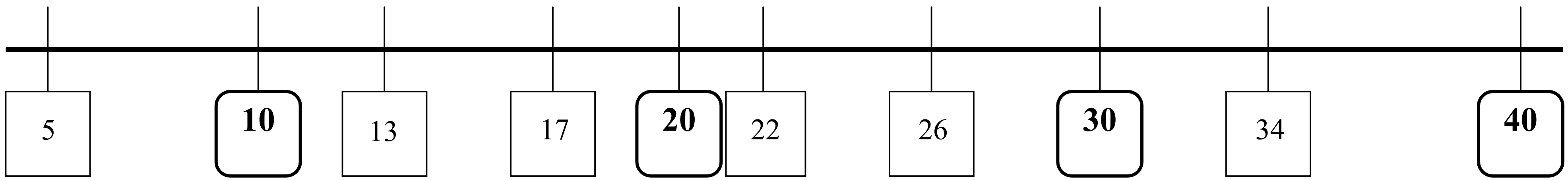
QUESTE SONO LE CARTE DI UN GIOCO :



LE CARTE SONO __________ .

- **Livello di competenza:** **RICEVERE E INTERPRETARE UNA INFORMAZIONE**
- **Livello difficoltà prevista:** **MEDIO / FACILE**
- **Classe/i:** **1ª - 2ª**

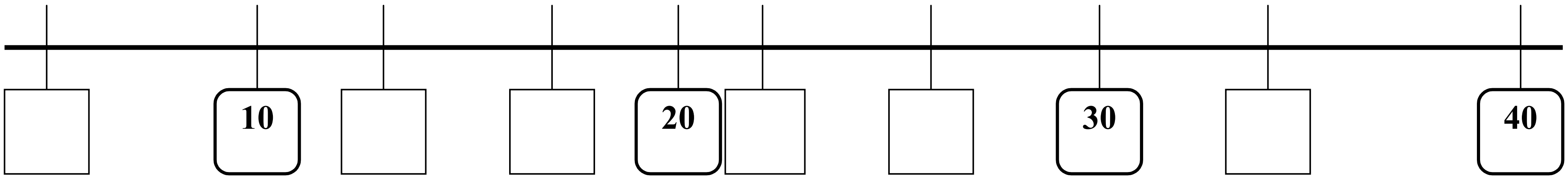
UMI.Ac.1 Matematica 2001 Il numero (pag. 67)	**Risposte corrette**	**Errori più frequenti**
Campo chiuso: completamento.	vedi dis. all.	9 – 11 – 12 – 21 – 22 – 31 9 – 11 – 19 – 21 – 29 – 31 ……



NUMERI SULLA RETTA

SCRIVI QUESTI NUMERI SULLA RETTA :

22 13 34 5 26 17



- **Livello di competenza:** **DARE UN SENSO A UN RISULTATO**
- **Livello difficoltà prevista:** **MEDIO / DIFFICILE**
- **Classe/i:** **1ª – 2ª**

UMI.Ae.1 Matematica 2001 Il numero (pag. 68)	**Risposta corretta**	**Errori più frequenti**
Campo chiuso: vero / falso	sì	No, perché avanzano 5 caramelle. ……
Campo aperto a risposta estesa.	La risposta precedente è ritenuta corretta se e solo se l'alunno spiega che il numero delle caramelle è maggiore del numero dei bambini (26 > 21) e quindi ogni bambino della classe può ricevere una caramella e ne avanzano ancora 5. (vedi es. allegati)	

Sì / I bambini sono 21 e le caramelle sono 26, bastano e avanzano 5 caramelle.	☺☺
Sì / Le caramelle sono tante, i bambini sono di meno, alcune caramelle non si mangiano.	☺

Sì / Le caramelle sono tante.	😐

No / Le caramelle sono troppe.	☹

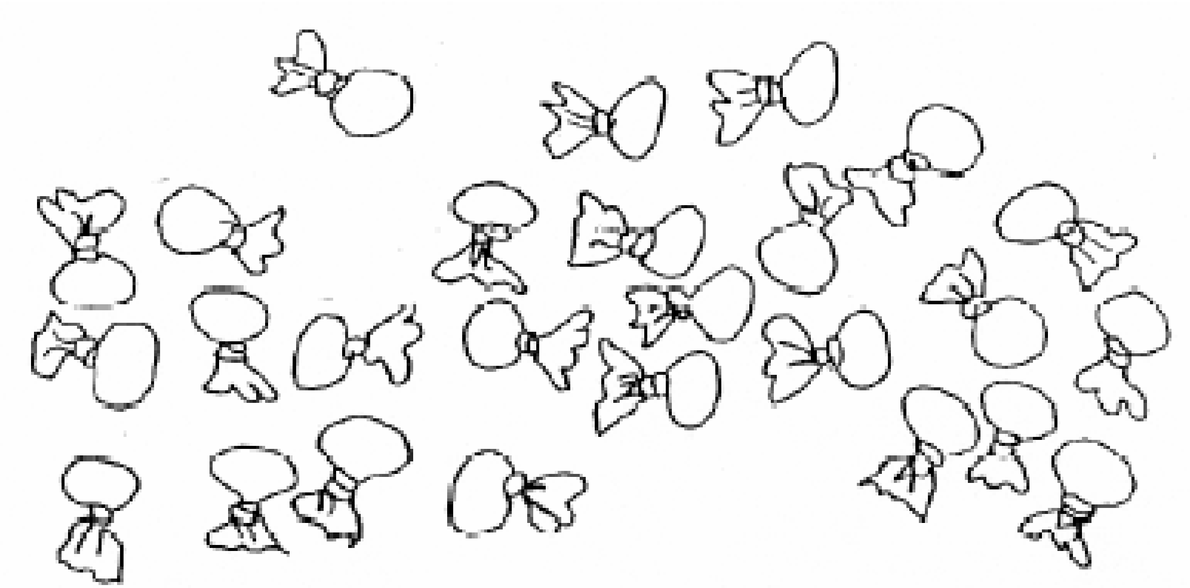
CARAMELLE PER TUTTI !

UMI.Ae.1

LEGGI E POI RISPONDI

IN CLASSE CI SONO 21 BAMBINI .

HO QUESTE CARAMELLE :



POSSO DARE UNA CARAMELLA A TUTTI ? ❒ SI ❒ NO

PERCHÉ ? ____

____

____

- **Livello di competenza:** **DARE UN SENSO A UN RISULTATO**
- **Livello difficoltà prevista:** **MEDIO / DIFFICILE**
- **Classe/i:** **1ª - 2ª**

UMI.Ae.2 Matematica 2001 Argomentare e congetturare	**Risposta corretta**	**Risposte non corrette**
Campo chiuso: scelta multipla a una soluzione.	14	12 46 17
Campo aperto a risposta estesa.	La risposta precedente è ritenuta corretta se e solo se l'alunno spiega come ha proceduto nella scelta del numero 14, nell'esclusione dei numeri 12, 17, 46 (e se eventualmente indica i numeri 13 e/o 15 come altre possibili risposte esatte). (vedi es. allegati)	

14 / Ho scelto questo numero perché è l'unico che sta tra il 13 e il 15. Non ho scelto gli altri numeri perché il 12 è minore di 13, il 46 supera il 40 e poi non può essere maggiore di 20, il 17 supera il 15.	☺☺
14 / Ho scelto questo numero perché non è maggiore di 20, è compreso tra 10 e 15 ed è maggiore di 13. 12 è minore di 13, 46 è maggiore di 20, 17 non è compreso tra 10 e 15.	☺

14 / Perché era compreso tra 10 e 15.	😐

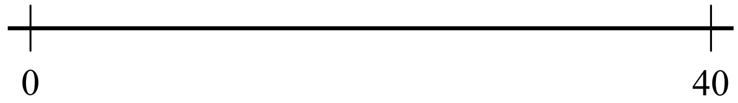
12 / Perché stava tra il 10 e il 15.	☹
46 / Perché è maggiore di 20.	☹
17 / Perché se è minore di 20 è 17 e non c'era un altro numero esatto.	☹

INDOVINA IL NUMERO (prima parte)

LEGGI

CARLO E ANNA GIOCANO A “INDOVINA IL NUMERO” .

CARLO HA PENSATO UN NUMERO COMPRESO TRA 0 E 40 :



ANNA FA QUESTE DOMANDE A CARLO :

- È MAGGIORE DI 20 ? NO
- È COMPRESO TRA 10 E 15 ? SI
- È MINORE DI 13 ? NO

ANNA INDOVINA IL NUMERO .

INDICA CON UNA CROCETTA IL NUMERO CHE HA DETTO ANNA

❒ 12 ❒ 46 ❒ 17 ❒ 14

INDOVINA IL NUMERO (seconda parte)

RISPONDI

PERCHÉ HAI SCELTO QUEL NUMERO ?

PERCHÉ NON HAI SCELTO GLI ALTRI NUMERI ?

SECONDO TE, C'ERA UN'ALTRA RISPOSTA ESATTA ? QUALE ?

- **Livello di competenza:** **DARE UN SENSO A UN RISULTATO**
- **Livello difficoltà prevista:** **DIFFICILE**
- **Classe/i:** **1ª – 2ª**

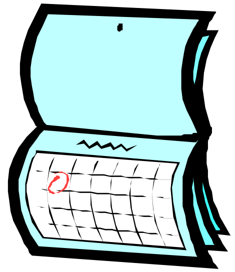
UMI.Be.1 Matematica 2001 Il numero (pag. 68-69)	**Risposte corrette**	**Errori più frequenti**
Campo aperto a risposta breve.		
UMI.Be.1.1	16	17 o 15 ……
UMI.Be.1.2	28 (aprile)	27 (aprile) ……
UMI.Be.1.3	14 (agosto)	13 (agosto) ……
Campo aperto a risposta estesa.	Le risposte precedenti sono ritenute corrette se e solo se l'alunno spiega come ha proceduto nel conteggio. (vedi es. allegati)	

16 / Ho fatto 16 salti e sono arrivato a 23. 28 / Per arrivare al 28 aprile ho fatto l'addizione: 19+9. 14 / Ho fatto 7 salti e sono arrivato al 14 agosto.	☺

16 / Ho fatto l'addizione. 28 / Ho contato. 14 / Ho contato con le dita.	😐

Mancano 6 giorni a maggio. Tra 9 giorni sarà Natale. È martedì.	☹

IL CALENDARIO



LEGGI E POI RISPONDI

- È IL 7 MAGGIO .

QUANTI GIORNI MANCANO AL 23 MAGGIO ? MANCANO __________ GIORNI .

PERCHÉ ? ____

____

- È IL 19 APRILE .

QUALE DATA SARÀ FRA 9 GIORNI ? SARÀ IL ____________________ .

PERCHÉ ? ____

____

- IL 7 AGOSTO È LUNEDÌ .

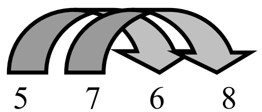
QUALE DATA SARÀ IL LUNEDÌ SEGUENTE ? SARÀ LUNEDÌ ______________ .

PERCHÉ ? ____

____

- **Livello di competenza:** **DARE UN SENSO A UN RISULTATO**
- **Livello difficoltà prevista:** **MEDIO / DIFFICILE**
- **Classe/i:** **1ª - 2ª**

UMI.Be.2 Matematica 2001 Argomentare e congetturare	**Risposta corretta**	**Errori più frequenti**
Campo aperto a risposta breve.	Colora la penultima carta.	……
Campo aperto a risposta estesa.	La risposta precedente è ritenuta corretta se e solo se l'alunno spiega come ha proceduto nell'individuazione della carta da sostituire. (vedi es. allegati)	

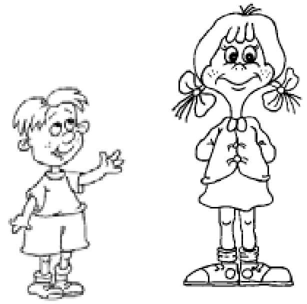
Penultima carta / Carletto ha sbagliato a scrivere il numero 7 perché, essendo la regola +2-1, lui confondendosi ha fatto 9-1-1=7 (-1-1), mentre doveva fare 9+2-1=10 (+2-1).	☺
Penultima carta / La regola applicata da Carletto è quella di avanzare sempre di due in due: Ha sbagliato perché al penultimo posto ci doveva stare il 10, perché due numeri prima c'era il 9. 	☺
Penultima carta / Perché ogni somma di due numeri è il doppio del numero successivo: 5+7=2×6, 6+8=2×7, 7+9=2×8, 8+10=2×9.	☺
Penultima carta / Perché non c'è il dieci.	😐
Penultima carta / Mariella la vuole cambiare perché nove più otto fa diciassette, e diciassette meno sette fa dieci, quindi la carta giusta è dieci.	☹

LA REGOLA MISTERIOSA

LEGGI

CARLETTO HA SISTEMATO QUESTE CARTE SEGUENDO UNA REGOLA :

5	7	6	8	7	9	8	7	9



MARIELLA OSSERVA LE CARTE E DICE :

"HAI SBAGLIATO ! AL POSTO DI UN 7 DOVEVI METTERE 10"

COLORA LA CARTA CHE MARIELLA VUOLE CAMBIARE E POI RISPONDI

5	7	6	8	7	9	8	7	9

PERCHÉ ? ____

____

____

____

____

- **Livello di competenza:** **ANALIZZARE UNA SITUAZIONE E ORGANIZZARE UN PROCEDIMENTO RISOLUTIVO**
- **Livello difficoltà prevista:** **MEDIO / FACILE**
- **Classe/i:** **1ª – 2ª**

UMI.Cd.1 Matematica 2001 Il numero (pag. 69)	**Risposte corrette**	**Errori più frequenti**
Campo aperto a risposta breve.	50 + 10 50 + 5 + 5 20 + 20 + 20 20 + 20 + 10 + 10 20 + 20 + 10 + 5 + 5 20 + 10 + 10 + 10 + 5 + 5	10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 ……
	Le risposte possibili sono sei, ne sono richieste all'alunno solo tre.	

LE MONETE

LEGGI E POI DISEGNA TRE MODI DIVERSI PER PAGARE

NEL TUO PORTAMONETE HAI QUESTE MONETE :

VUOI COMPRARE UNA PENNA CHE COSTA 60 CENTESIMI .

PRIMO MODO	SECONDO MODO	TERZO MODO

- **Livello di competenza:** **ANALIZZARE UNA SITUAZIONE E ORGANIZZARE UN PROCEDIMENTO RISOLUTIVO**
- **Livello difficoltà prevista:** **MEDIO / DIFFICILE**
- **Classe/i:** **1ª - 2ª**

UMI.Cd.2 Matematica 2001 Il numero (pag. 69)	**Risposte corrette**	**Errori più frequenti**
Campo aperto a risposta breve.	50 + 20 50 + 10 + 10 50 + 10 + 5 + 5 50 + 5 + 5 + 5 + 5 20 + 20 + 20 + 10 20 + 20 + 10 + 10 + 10 20 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 ……	Dire che c'è un solo modo possibile per pagare: 50 + 20 ……
	Numerose le risposte possibili, in tabella ne sono elencate alcune, ne sono richieste all'alunno solo tre.	

LE MONETE

UMI.Cd.2

LEGGI E POI DISEGNA TRE MODI DIVERSI PER PAGARE

MARIA VUOLE COMPRARE UNA MERENDINA CHE COSTA 70 CENTESIMI .

NEL SUO PORTAMONETE CI SONO DELLE MONETE DA 1 2 5 10 20 50 CENTESIMI .

PRIMO MODO	SECONDO MODO	TERZO MODO

- **Livello di competenza:** **ANALIZZARE UNA SITUAZIONE E ORGANIZZARE UN PROCEDIMENTO RISOLUTIVO**
- **Livello difficoltà prevista:** **MEDIO / DIFFICILE**
- **Classe/i:** **1ª - 2ª**

UMI.Cd.3 Matematica 2001 Il numero (pag. 69)	**Risposta corretta**	**Errori più frequenti**
Campo aperto a risposta breve.	19 centesimi	21 centesimi ……

LE MONETE

LEGGI E POI RISPONDI

ANDREA VUOLE COMPRARE UN PENNARELLO CHE COSTA 42 CENTESIMI .

HA QUESTE MONETE :

QUANTO MANCA AD ANDREA PER COMPRARE IL PENNARELLO ?

- **Livello di competenza:** **ANALIZZARE UNA SITUAZIONE E ORGANIZZARE UN PROCEDIMENTO RISOLUTIVO**
- **Livello difficoltà prevista:** **MEDIO / DIFFICILE**
- **Classe/i:** **1ª - 2ª**

UMI.Cd.4 Matematica 2001 Il numero (pag. 69)	**Risposte corrette**	**Errori più frequenti**
Campo aperto a risposta breve.	20 + 20 20 + 10 + 10 20 + 10 + 5 + 5 20 + 5 + 5 + 5 + 5 10 + 10 + 10 + 10 10 + 10 + 10 + 5 + 5 10 + 10 + 5 + 5 + 5 + 5 10 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 ……	10 + 20 ……
	Numerose le risposte possibili, in tabella ne sono elencate alcune, ne sono richieste all'alunno solo due.	

LE MONETE

UMI.Cd.4

LEGGI E POI DISEGNA DUE MODI DIVERSI PER PAGARE

COMPRO UNA GOMMA CHE COSTA 16 CENTESIMI E UN TEMPERINO CHE COSTA 24 CENTESIMI .

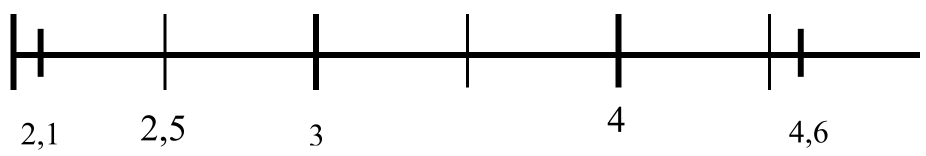
QUANTO SPENDO IN TUTTO ?

PRIMO MODO	SECONDO MODO

- **Livello di competenza:** **RICEVERE E INTERPRETARE UNA INFORMAZIONE**
- **Livello di difficoltà prevista:** **MEDIO / FACILE**
- **Classe/i:** **3ª - 4ª - 5ª**

UMI.Ac.2 Matematica 2001 Il numero (pag. 75)	**Risposte corrette**	**Errori più frequenti**
Campo aperto a risposta breve.	Vedi all.	
UMI.Ac.2.1	**3**	
UMI.Ac.2.2	2 < **2,1** < 2,5	……
UMI.Ac.2.3	4,5 < **4,6 < 5**	

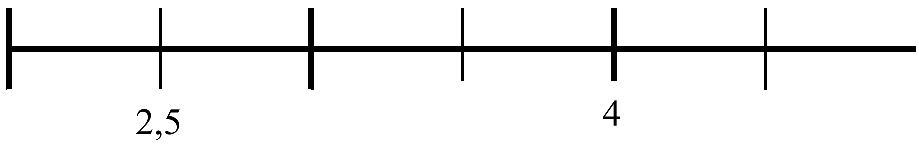
Retta numeri decimali	
[2,5]	0,5



I numeri decimali

⇨ Scrivi questi numeri sulla retta:

3 2,1 4,6

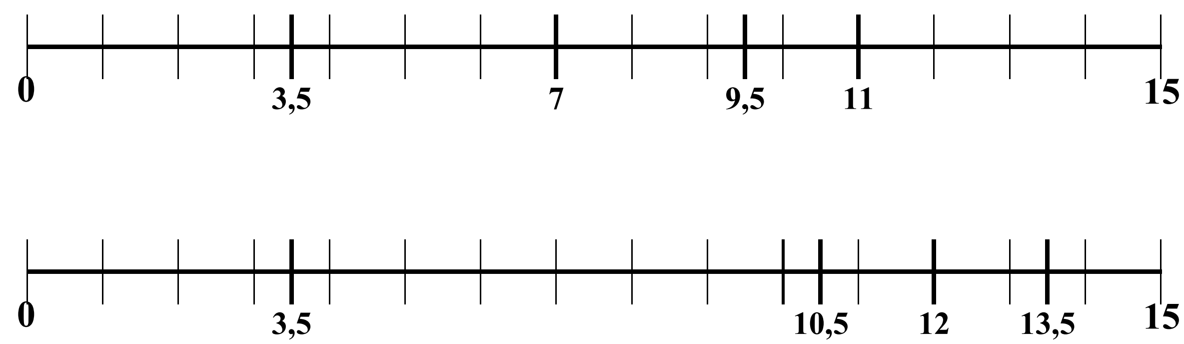


- **Livello di competenza:** **RICEVERE E INTERPRETARE UNA INFORMAZIONE**
- **Livello di difficoltà prevista:** **MEDIO / FACILE**
- **Classe/i:** **3ª - 4ª - 5ª**

UMI.Ac.3 Matematica 2001 Il numero (pag. 95)	**Risposte corrette**	**Errori più frequenti**
Campo aperto a risposta breve.		
UMI.Ac.3.1	vedi dis. all.	……
UMI.Ac.3.2	vedi dis. all.	……
UMI.Ac.3.3	2,5 4 9 10,5	……

Retta numeri decimali

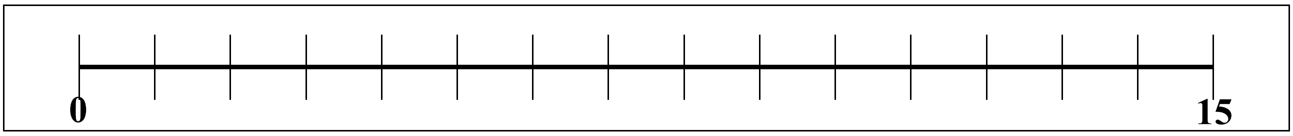
[0,15] 1



Il righello muto

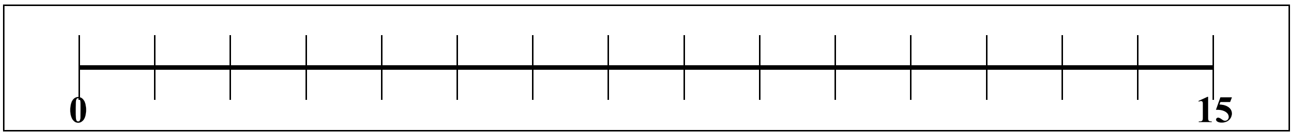
⇨ Segna sul righello i punti che hanno distanza da zero di:

7 cm 3,5 cm 11 cm 9,5 cm

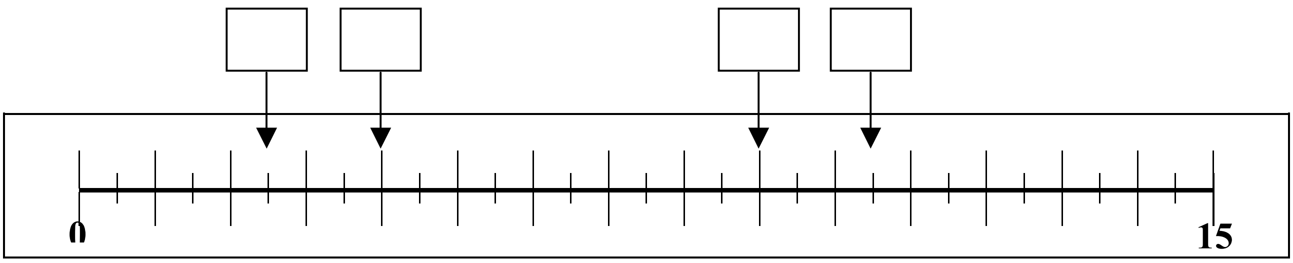


⇨ Segna sul righello i punti che hanno distanza da zero di:

12 cm 3 cm e 5 mm 1,35 dm 1 dm e 5 mm



⇨ Scrivi nei riquadri la distanza da zero dei punti indicati con le frecce:



- **Livello di competenza:** **DARE UN SENSO A UN RISULTATO**
- **Livello di difficoltà prevista:** **MEDIO / DIFFICILE**
- **Classe/i:** **2ª - 3ª**

UMI.Ae.3 Matematica 2001 Argomentare e congetturare	**Risposta corretta**	**Errori più frequenti**
Campo chiuso: vero / falso	No, non sono d'accordo.	Sì, sono d'accordo perché 8 > 2. ……
Campo aperto a risposta estesa.	La risposta precedente è ritenuta corretta se e solo se l'alunno spiega che la cifra 8, nel numero 280, non vale di più della cifra 2. (vedi es. allegati)	

No / Io penso che non abbia ragione, perché 8 è una decina e 2 è un centinaio, un centinaio è molto più grande di una decina, perché 2 centinaia sarebbero 200, invece 8 decine sarebbero 80, quindi il bambino non ha ragione.	☺

No / Non sono d'accordo perché se ho duecento biglie ne ho di più di otto o di ottanta.	😐

Sì / Io sono d'accordo con il bambino perché il due viene prima dell'otto e automaticamente il due è più piccolo dell'otto.	☹

Cifre e numeri

Un bambino afferma:

> "Nel numero 280 la cifra 8 vale di più della cifra 2:
> infatti se ho 8 biglie ne ho di più e se ne ho 2 ne ho di meno".

⇨ Sei d'accordo con questo bambino?
Spiega bene i motivi di ciò che pensi.

____

____

____

____

____

____

____

____

____

- **Livello di competenza:** **DARE UN SENSO A UN RISULTATO**
- **Livello di difficoltà prevista:** **MEDIO / DIFFICILE**
- **Classe/i:** **3ª - 4ª – 5ª**

UMI.Ae.4 Matematica 2001 Argomentare e congetturare	**Risposta corretta**	**Errori più frequenti**
Campo aperto a risposta breve.	1,4 1,25 0,95	1,25 1,4 0,95 ……
Campo aperto a risposta estesa.	La risposta precedente è ritenuta corretta se e solo se l'alunno spiega perché ha disposto in quell'ordine le lunghezze date. (vedi es. allegati)	

1,4 – 1,25 – 0,95 / Secondo me vanno disposte in ordine decrescente e poi perché il primo numero nel posto dei metri ha la cifra 1, il secondo ha la cifra 1 e invece l'altro ha la cifra 0 e quindi è l'ultimo da mettere; invece in quanto ai decimi il primo numero ha la cifra 4 e l'altro ha la cifra 2 e quindi quello che ha la misura più lunga è 1,4 m.	☺☺
1,4 – 1,25 – 0,95 / Secondo me la misura più grande è 1,4 m perché sarebbero 140 cm, 1,25 sarebbero 125 cm e 0,95 sarebbero 95 cm.	☺

1,4 – 1,25 – 0,95 / Prima di disporre le misure dalla più lunga alla più corta si guarda quant'è il numero intero e se ci sono gli stessi numeri si guarda il numero decimale, cioè quello che viene dopo la virgola.	😐

1,25 – 1,4 - 0,95 / Perché prima c'è quella che ha più metri e dopo quella che ne ha di meno e se hanno gli stessi metri quella che ha più centimetri.	☹
1,25 – 1,4 - 0,95 / Perché 1,25 m è maggiore di tutti gli altri perché dopo la virgola ci sono due cifre, mentre al 0,95 m ce ne sono due ma c'è lo zero e al 1,4 ce n'è solo una.	☹

Ombre in ordine

UMI.Ae.4

Un bambino ha misurato le ombre di tre pali in giardino.

Ecco le misure che ha riportato su un foglio:

1,25 m 0,95 m 1,4 m

⇨ Sapresti metterle in ordine, dalla più lunga alla più corta?

____

⇨ Spiega con molta precisione perché secondo te vanno disposte in quell'ordine.

IL NUMERO / elemento di prova UMI.Be.3
Comprendere il significato delle operazioni.
Operare tra numeri in modo consapevole, sia mentalmente, sia per iscritto, sia con strumenti.

- **Livello di competenza:** **DARE UN SENSO A UN RISULTATO**
- **Livello di difficoltà prevista:** **MEDIO / DIFFICILE**
- **Classe/i:** **3ª - 4ª - 5ª**

UMI.Be.3 Matematica 2001 Il numero (pag. 74/75)	**Risposte corrette**	**Risposte non corrette**
Campo chiuso: scelta multipla a una soluzione.		
UMI.Be.3.1	4,5	3,15 3,5 4
UMI.Be.3.2	1	0,10 1,11 10
UMI.Be.3.3	1,3	13 0,13 13,0
Campo aperto a risposta estesa.	Le risposte precedenti sono ritenute corrette se e solo se l'alunno spiega come ha calcolato. (vedi es. allegati relativi all'elemento di prova **UMI.Be.3.1**)	

4,5 / Uno virgola cinque si può dire anche uno e mezzo, allora ho lasciato da parte le metà, ho contato gli interi che erano 3 come le metà. A quel punto ho fatto mezzo + mezzo = un intero, più il terzo mezzo fa uno e mezzo. 3+1,5=4,5.	☺☺
4,5 / Io per trovare il risultato corretto ho fatto così: 0,5+0,5=1, perché quei 0,5 sono la metà di 1, poi ho preso anche gli altri 1 e ho addizionato 1+1+1+1=4 e 4+ 0,5=4,5.	☺☺
4,5 / Prima ho fatto 1+1+1=3 poi 0,5+0,5+0,5=1,5 e il risultato è 1,5 perché 0,5+0,5=1 1+0,5=1,5 e poi 1,5+3=4,5.	☺
4,5 / Ho scelto 4,5 cm perché ho contato l'uno che in tutto facevano 3 cm, dopo conto i 5 mm che in tutto facevano 15 mm, ma nell'unità del centimetro non esiste 3,15 cm, allora ho preso due dei 5 mm che in tutto fanno 4 cm, poi ho aggiunto il 5 rimasto e in tutto facevano 4,5 cm.	☺

4,5 / Ho fatto così: bisogna sommare 1,5+1,5+1,5 1,5 + 1,5 1,5 ——— 4,5	😐

3,15 / Ho deciso così: prima di tutto ho addizionato gli uno: 1+1+1=3. Poi visto che mi restavano tre cinque ho fatto 0,5×3=0,15. quindi ho addizionato i risultati: 3+0,15=3,15.	☹

I numeri decimali

⇨ Indica con una crocetta la risposta che ritieni corretta,
poi spiega come hai calcolato.

1,5 + 1,5 + 1,5 =

- ❒ 3,15
- ❒ 3,5
- ❒ 4
- ❒ 4,5

Perché? ______________________________

____

____

0,6 + 0,4 =

- ❒ 0,10
- ❒ 1
- ❒ 1,11
- ❒ 10

Perché? ______________________________

____

____

0,3 + 0,2 + 0,8 =

- ❒ 13
- ❒ 0,13
- ❒ 13,0
- ❒ 1,3

Perché? ______________________________

____

____

- **Livello di competenza:** **DARE UN SENSO A UN RISULTATO**
- **Livello di difficoltà prevista:** **DIFFICILE**
- **Classe/i:** **4ª - 5ª**

UMI.Be.4 Matematica 2001 Il numero (pag. 85)	**Risposte corrette**	**Risposte non corrette**
Campo chiuso: scelta multipla a una soluzione.		
UMI.Be.4.1	16	32 64 3,2
UMI.Be.4.2	10	50,2 50 25
Campo aperto a risposta estesa.	Le risposte precedenti sono ritenute corrette se e solo se l'alunno spiega come ha calcolato. (vedi es. allegati)	

16 / Perché 0,5 essendo la metà di una unità, quando deve moltiplicare un numero, il prodotto sarà la metà del dividendo. 10 / Perché 0,2 essendo 5 volte più piccolo di una unità, quando deve moltiplicare un numero, il prodotto sarà 5 volte più piccolo del dividendo.	☺☺
16 / Perché facendo la moltiplicazione di un numero ×0,5 è come dividere per 2. 10 / Perché moltiplicare un numero per 0,2 è la stessa cosa di dividere un numero per 5.	☺

16 / 5×2 fa 10 e ne riporto di 1, 5×3 fa 15 più 1 che riportavo fa 160, lo 0 non si conta. 10 / 2×0 fa 0 e 2×5 fa 10 e viene 10.	😐

3,2 / Perché ho aggiunto la virgola. 50,2 / Perché ho aggiunto la virgola.	☹

I numeri decimali

⇨ Indica con una crocetta la risposta che ritieni corretta, poi spiega come hai calcolato.

$32 \times 0,5 =$

- ❒ 32
- ❒ 16
- ❒ 64
- ❒ 3,2

Perché? ____

____

____

____

____

$50 \times 0,2 =$

- ❒ 10
- ❒ 50,2
- ❒ 50
- ❒ 25

Perché? ____

____

____

____

____

- **Livello di competenza:** **ANALIZZARE UNA SITUAZIONE ED ORGANIZZARE UN PROCEDIMENTO RISOLUTIVO**
- **Livello di difficoltà prevista:** **MEDIO / FACILE**
- **Classe/i:** **4ª - 5ª**

UMI.Cd.5 Matematica 2001 Il numero (pag. 94)	**Risposta corretta**	**Errori più frequenti**
UMI.Cd.5.1 **UMI.Cd.5.2**	La maestra ha speso 4,20 €. La maestra ha ricevuto di resto 5,80 €.	Errori di calcolo. 0,95+0,15+0,35 ……
Campo aperto a risposta estesa.	Le risposte precedenti sono ritenute pienamente soddisfacenti se e solo se l'alunno spiega come ha organizzato il proprio procedimento risolutivo. (vedi es. allegati)	

4,20 / La maestra ha speso 4,20 €. Perché deve moltiplicare 0,95×3 perché sono 3 litri di latte, più 2 etti di zucchero perciò 0,30 e tre bustine di fermenti, cioè 1,05; in tutto 4,20. 5,80 / Ha ricevuto di resto 5,80 €, perché da 4,20 per arrivare a 5 ci vogliono 80 centesimi e da 5 per arrivare a 10 mancano 5, perciò il resto è 5,80.	☺☺
4,20 – 5,80 / 0,95×3=2,85 € spesi in tutto per il latte; 0,15×2=0,30 € spesi in tutto per lo zucchero; 0,35×3=1,05 € spesi in tutto per i fermenti lattici; 2,85+0,30+1,05=4,20 € spesa complessiva; 10-4,20=5,80 € di resto.	☺
4,20 – 5,80 / 0,95+0,95+0,95+0,15+0,15+0,35+0,35+0,35=4,20 € che la maestra ha speso; 10-4,20=5,80 € resto che ha ricevuto.	☺

1,45 – 8,55 / 0,95+0,15+0,35=1,45 € spesa della maestra; 10-1,45=8,55 € resto della maestra.	☹
9,45 – 0,55 / 0,95+3=3,95 costo di 3 litri di latte; 0,15+2=2,15 costo di 2 etti di zucchero; 0,35+3=3,35 costo di 3 fermenti lattici; 3,95+2,15+3,35=9,45 € spesa fatta; 10-9,45=0,55 € di resto.	☹

La spesa per lo yogurt

➪ Risolvi il problema.

La maestra ha comperato:

- tre litri di latte a 0,95 € il litro
- due etti di zucchero a 0,15 € l'etto
- tre bustine di fermenti lattici a 0,35 € l'una

per preparare lo yogurt in classe.

Quanto ha speso la maestra?

La maestra ha pagato con una banconota da 10 €: quanto ha ricevuto di resto?

IL NUMERO / elemento di prova UMI.Cd.6
Usare il ragionamento aritmetico e la modellizzazione numerica per risolvere problemi tratti dal mondo reale o interni alla matematica.

- **Livello di competenza:** **ANALIZZARE UNA SITUAZIONE ED ORGANIZZARE UN PROCEDIMENTO RISOLUTIVO**
- **Livello di difficoltà prevista:** **DIFFICILE**
- **Classe/i:** **4ª - 5ª**

UMI.Cd.6 Matematica 2001 Il numero (pag. 94)	**Risposta corretta**	**Errori più frequenti**
UMI.Cd.6.1 **UMI.Cd.6.2**	Sulla parete possono stare 25 fogli. È necessario segnare su ogni foglio 4 anni.	Errori di calcolo. ……
Campo aperto a risposta estesa.	Le risposte precedenti sono ritenute pienamente soddisfacenti se e solo se l'alunno spiega come ha organizzato il proprio procedimento risolutivo. (vedi es. allegati)	

25 / 530:21=25 resto 5. Tolgo il resto perché non posso usare mezzo foglio, quindi fa 25 fogli usati. 4 / 100:25=4. Dividendo i 100 anni per i fogli capisco che in ogni foglio verranno segnati 4 anni.	☺☺
25 / 21, 42, 63, 84, 105, 126, 147, 168, 189, 210. 210×2=420 420, 441, 462, 483, 504, 525. Perché aggiungendo sempre un foglio in più sono riuscito ad ottenere quanti fogli possono stare sulla parete (25 fogli). 4 / Moltiplicando per 2 i fogli sulla parte ottengo 50 anni; poi ho moltiplicato per 4 e ottengo 100 anni; poi moltiplico per 10 e ottengo 250 anni, ma la classe ha bisogno degli ultimo 100 anni, quindi è 4 anni su un foglio.	☺

25 / 530:21=25 fogli che si possono attaccare al muro. 4 / 25×4=100 è necessario mettere su ogni foglio 4 anni.	😐

25 / 530:21=25. Ho diviso il numero di lunghezza della parete per il numero di centimetri che è lungo ogni foglio: uno di fianco all'altro ci stanno sulla parete 25 fogli. 4 / 100:21=4. Poi ho diviso il numero degli anni in tutto per i centimetri, lunghi ogni foglio. Su ogni foglio ci stanno 4 anni.	☹
25,238 / 530:21=25,238 Sulla parte ci possono stare 25 fogli e 0,238 centimetri. Per due: 25, 27, 29, …, 99, 101. Per quattro: 25, 29, 33, …, 97, 101. Per dieci: 25, 35, 45, …, 95, 105. 2 o 4 / Per fare in modo che i 100 anni occupino quasi tutta la parte, è necessario segnare su un foglio 2 anni o 4 anni perché sono tutti e due uguali. Ho scelto 2 anni e 4 anni perché provando sono 101 anni, invece provando per 10 mi è venuto 105 anni.	☹

La linea del tempo

⇨ Risolvi il problema.

Una classe vuole rappresentare gli ultimi 100 anni in una linea del tempo da appendere su una parete dell'aula, che è lunga 530 centimetri.

Per fare questo vengono presi dei fogli lunghi 21 centimetri.

Quanti fogli possono stare sulla parete, uno di fianco all'altro?

Per fare in modo che i cento anni occupino quasi tutta la parete, è necessario:

- segnare su ogni foglio 2 anni?
- segnare su ogni foglio 4 anni?
- segnare su ogni foglio 10 anni?

- **Livello di competenza:** **ANALIZZARE UNA SITUAZIONE ED ORGANIZZARE UN PROCEDIMENTO RISOLUTIVO**
- **Livello di difficoltà prevista:** **MEDIO / DIFFICILE**
- **Classe/i:** **4ª - 5ª**

UMI.Cd.7 Matematica 2001 Il numero (pag. 95)	**Risposta corretta**	**Errori più frequenti**
UMI.Cd.7.1 **UMI.Cd.7.2**	Ogni bambino dovrebbe pagare 9 €. Ogni bambino che partecipa alla gita paga …€.	Errori di calcolo. Ogni bambino che partecipa alla gita paga 10,58 €. ……
Campo aperto a risposta estesa.	Le risposte precedenti sono ritenute pienamente soddisfacenti se e solo se l'alunno spiega come ha organizzato il proprio procedimento risolutivo. In particolare per quanto riguarda la seconda domanda, la risposta viene ritenuta corretta se e solo se l'alunno, eseguita la divisione 180:17, spiega come arrotonda il quoziente per poter coprire in modo adeguato la spesa prevista per il noleggio del pulmino: ad esempio proponendo una quota individuale di 10,60 €. (vedi es. allegati)	

9 e 10,59 / 180:20=9 spesa in € di ogni bambino; 20-3=17 alunni presenti in gita; 180:17=10,58 resto 0,14 approssimo a 10,59 spesa in € di ogni alunno con 3 assenti. Divido il costo complessivo del pulmino per gli alunni e ottengo il costo unitario che dovrà pagare ognuno dei bambini; poi dato che ci sono alcuni assenti nel giorno in cui si svolge la gita, tolgo dal numero totale gli alunni assenti ottenendo il numero di bambini che partecipano alla gita; divido il costo del pulmino noleggiato e ottengo la spesa che i bambini presenti dovranno pagare, che poi approssimo a un centesimo in più perché il numero ha resto e se non arrotondassi mancherebbero dei centesimi.	☺☺
9 e 11 / 180:20=9,00 spesa che dovrebbe pagare ognuno di loro; 20-3=17 alunni che partecipano alla gita; 180:17=10,58 spesa che paga ogni alunno. Divido il costo del noleggio con i bambini della classe in tutto e trovo la spesa che dovrebbe pagare ognuno di loro. Poi sottraggo i bambini della classe con i bambini assenti e trovo gli alunni che partecipano alla gita. Divido il costo del noleggio con gli alunni che partecipano alla gita e trovo la spesa che paga ogni alunno, approssimo a 11 €.	☺

9 e 10,58 / 180:20=9 ognuno di loro paga 9 €. Ho ragionato: dal costo del noleggio che costa il pulmino lo divido per i bambini della classe ed ottengo quanto dovrebbe pagare ogni bambino. 20-3=17 bambini presenti in gita. 180:17=10,58 resto di 14 per ogni alunno che partecipa alla gita. Ho ragionato: dai bambini in tutto lo tolgo per gli assenti ed ottengo quanti bambini sono presenti alla gita; poi dal costo del noleggio lo divido per i bambini presenti ed ottengo quanto paga in tutto ogni bambino che è presente.	☹
9 e 6 / 180:20=9 somma pagata se tutti partecipassero; 9-3=6 somma pagata da ogni bambino senza tre bambini. Divido i soldi totali per i bambini: trovo quanto paga ogni bimbo. Poi faccio una sottrazione, faccio la somma pagata meno i tre bambini: trovo quanto paga ognuno.	☹

La gita scolastica a …

➩ Risolvi il problema.

Una classe ha noleggiato un pulmino per una visita in città.

Il noleggio costa alla classe 180 € in tutto.

Se tutti i 20 bambini della classe partecipassero alla gita, quanto dovrebbe pagare ognuno di loro?

Il giorno della gita, tre alunni sono assenti.

Quanto paga ogni alunno che partecipa alla gita?

- **Livello di competenza:** **ANALIZZARE UNA SITUAZIONE ED ORGANIZZARE UN PROCEDIMENTO RISOLUTIVO**
- **Livello di difficoltà prevista:** **MEDIO / DIFFICILE**
- **Classe/i:** **3ª - 4ª - 5ª**

UMI.Cd.8 Matematica 2001 Il numero (pag. 95)	**Risposta corretta**	**Errori più frequenti**
	(vedi es. allegati)	3+1,5+0,5 ……
Campo aperto a risposta estesa.	Le risposte sono ritenute pienamente soddisfacenti se e solo se l'alunno spiega che il verduriere deve prima calcolare il costo di tre chili di arance, di un chilo e mezzo di mandaranci e di mezzo chilo di insalata, poi sommare i costi ottenuti. (vedi es. allegati)	

Avrà moltiplicato i prezzi, perché ci vogliono 5 etti per fare mezzo chilo, quindi avrà moltiplicato il prezzo di un etto di insalata per 5 volte; per le arance, 3 volte il prezzo di un chilo. Per i mandaranci, dovrà calcolare il prezzo di un chilo di mandaranci più mezzo prezzo, perché mezzo chilo è la metà di un chilo. Poi avrà addizionato i tre prezzi ottenuti.	☺☺
Il verduriere per far pagare 3 chili di arance deve prendere il prezzo e moltiplicarlo per 3, per i mandaranci deve aggiungere al prezzo che conosce lui la metà del prezzo, per l'insalata deve moltiplicare il prezzo per 5 perché 5 etti sono mezzo chilo.	☺

Ha calcolato il peso di ogni cosa e li ha moltiplicati per il loro prezzo. Dopo aver fatto tutto questo somma i prezzi.	😐
Il verduriere sapeva quanto doveva pagare la mamma perché sapendo il prezzo di ogni cosa fa la somma e viene fuori il prezzo intero.	😐

Il verduriere per calcolare il prezzo della spesa deve prendere il costo di un chilo di arance più il costo di un chilo di mandaranci più il costo di un etto di insalata, deve fare una addizione.	☹
Ha calcolato o a mente o con la calcolatrice. A mente avrà fatto 3+1,5+0,5.	☹

Una spesa

⇨ Spiega a parole.

La mamma ha comprato tre chili di arance, un chilo e mezzo di mandaranci, mezzo chilo di insalata.

Come ha fatto il verduriere a calcolare ciò che doveva pagare la mamma, sapendo il prezzo di un chilo di arance, il prezzo di un chilo di mandaranci e il prezzo di un etto di insalata?

- **Livello di competenza:** **DARE UN SENSO A UN RISULTATO**
- **Livello di difficoltà prevista:** **MEDIO / DIFFICILE**
- **Classe/i:** **3ª - 4ª – 5ª**

UMI.Ce.1 Matematica 2001 Argomentare e congetturare	**Risposta corretta**	**Errori più frequenti**
	(vedi es. allegati)	……
Campo aperto a risposta estesa.	Le risposte sono ritenute pienamente soddisfacenti se e solo se l'alunno spiega che è necessario riportare più volte il frammento di righello, frammento che misura 5 centimetri. (vedi es. allegati)	

Lui immagina che il 3 sia l'1 e che l'8 sia il 6, così potrà misurare per 5 centimetri; però lui vuole misurare tutto il segmento quindi ogni 5 centimetri si segna un trattino e ricomincia a misurare da lì e così via finché il segmento finisce.	☺

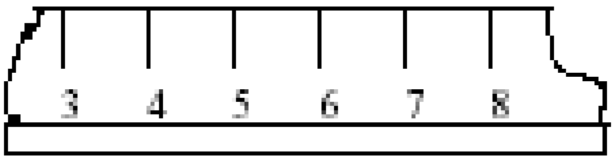
Il 3 lo immagina zero e l'otto lo immagina 5. il segmento misura 21 centimetri.	😐
Giovanni può mettere più volte il suo frammento di righello e facendo finta che il 3 sia 0 e ricordandosi quanto misura il primo, il secondo, … tratto.	😐

Giovanni deve mettere il righello dove inizia il segmento e fare finta che il 3 sia l'uno, il 4 sia il 2, il 5 il 3, il 6 il 4 e così via. Poi quando arriva all'otto mette il dito nel segmento poi sposta il righello e il 3 corrisponde al 7, il 4 all'8, il 5 al 9 e così via.	☹

Il righello spezzato

UMI.Ce.1

A Giovanni è rimasto solo un frammento del suo righello …



⇨ Spiega come può fare per misurare la lunghezza del segmento disegnato qui sotto

utilizzando il pezzo di righello che gli è rimasto.

- **Livello di competenza:** **UTILIZZARE UNA CONOSCENZA**
- **Livello difficoltà:** **FACILE**
- **Classe:** **1ª - 2ª**

Ab.3	**Risposte corrette**	**Risposte non corrette**
Campo chiuso: scelta multipla a una soluzione		
Ab.3.1	17	7 10
Ab.3.2	11	10 1
Ab.3.3	16	11 6
Ab.3.4	15	13 3

IN OGNI RIGA CERCHIA IL NUMERO MAGGIORE:

ESEMPIO: 12 20 2

7	**17**	**10**
10	**1**	**11**
16	**11**	**6**
13	**3**	**15**

IL NUMERO / elemento di prova Ab.4
Comprendere il significato dei numeri, i modi per rappresentarli e il significato della notazione posizionale.

- **Livello di competenza:** **UTILIZZARE UNA CONOSCENZA**
- **Livello difficoltà:** **FACILE**
- **Classe:** **4ª - 5ª**

Ab.4	Risposte corrette	Risposte non corrette
Campo chiuso: scelta multipla a una soluzione	315 387	435 690 165 036 197 820

Leggi le informazioni e poi indica con una crocetta il numero esatto.

La somma delle sue cifre è **27**.

La cifra delle centinaia di migliaia non è **4**.

La cifra delle unità di migliaia è **5**.

- ☐ **435 690**
- ☐ **165 036**
- ☐ **315 387**
- ☐ **197 820**

- **Livello di competenza:** **UTILIZZARE UNA CONOSCENZA**
- **Livello di difficoltà prevista:** **MEDIO / FACILE**
- **Classe/i:** **3ª - 4ª - 5ª**

Ab.5	**Risposte corrette**	**Risposte non corrette**
Campo chiuso: scelta multipla a una soluzione.		
Ab.5.1	600 500	6 500 65 000 60 500
Ab.5.2	80,5	850 8,5 8,05
Ab.5.3	4 300	2 302 2 300 232
Ab.5.4	7,25	6,125 1,25 6 125

Indica con una crocetta il numero corrispondente.

6 centinaia di migliaia e 5 centinaia semplici	○ 6 500 ○ 600 500 ○ 65 000 ○ 60 500
8 decine e 5 decimi	○ 850 ○ 8,5 ○ 80,5 ○ 8,05
23 centinaia e 2 unità di migliaia	○ 4 300 ○ 2 302 ○ 2 300 ○ 232
6 unità e 125 centesimi	○ 6,125 ○ 1,25 ○ 6 125 ○ 7,25

- **Livello di competenza:** **UTILIZZARE UNA CONOSCENZA**
- **Livello difficoltà:** **MEDIO-FACILE**
- **Classe:** **3ª - 4ª - 5ª**

Ab.6	**Risposte corrette**	**Errori più frequenti**
Campo aperto a risposta breve.		
Ab.6.1	307 oppure 0,37	730 037 …..
Ab.6.2	730	307 …..
Ab.6.3	225 oppure 2,25	522 252 .....
Ab.6.4	522	225 …..
Ab.6.5	678 oppure 6,78	876 …..
Ab.6.6	876	678 …..

Completa la tabella.

cifre date	n° più piccolo possibile	n° più grande possibile
Es.: 2 – 4	*24*	*42*
7 – 0 – 3		
2 – 5 - 2		
8 – 6 – 7		

- **Livello di competenza:** **UTILIZZARE UNA CONOSCENZA**
- **Livello difficoltà:** **MEDIO-FACILE**
- **Classe:** **3ª - 4ª - 5ª**

Ab.7	Risposte corrette	Errori più frequenti
Campo chiuso: completamento.	5 008 – 5 080 – 6 776 – 7 919 – 9 021 non va inserito 1 002	9 021 – 7 919 – 6 776 – 5 080 – 5 008 ……………………….

Osserva questi numeri:

9 021   6 776   7 919   5 080   1 002   5 008

Ora inseriscili nei cartellini in ordine crescente:

1 014						9 200

- **Livello di competenza:** **UTILIZZARE UNA CONOSCENZA**
- **Livello difficoltà:** **MEDIO-FACILE**
- **Classe:** **3ª - 4ª - 5ª**

Ab.8	**Risposte corrette**	**Errori più frequenti**
Campo chiuso: completamento.	6 099 – 6 009 – 5 801 – 2 140 non va inserito 7 919	2 140 – 5 801 – 6 009 – 6 099 …………………….

Osserva questi numeri:

5 801   6 099   7 919   6 009   2 140

Ora inseriscili nei cartellini in ordine decrescente:

6 906					1 401

- **Livello di competenza:** **UTILIZZARE UNA CONOSCENZA**
- **Livello difficoltà:** **MEDIO-FACILE**
- **Classe:** **3ª - 4ª - 5ª**

Ab.9	**Risposte corrette**	**Errori più frequenti**
Campo chiuso: completamento.	6,9 – *7* – 7,198 – 7,43 – *7,5* – 10 – *10,02* non va inserito 10,1	6,9– *7* – 7,43 –7,198–*7,5*– 10 – *10,02* ………………………

Osserva questi numeri:

7,43   6,9   10,1   7,198   10

Ora inseriscili nei cartellini in ordine crescente:

	7			7,5		10,02

- **Livello di competenza:** **UTILIZZARE UNA CONOSCENZA**
- **Livello difficoltà:** **MEDIO-FACILE**
- **Classe:** **3ª - 4ª - 5ª**

Ab.10	**Risposte corrette**	**Errori più frequenti**
Campo chiuso: completamento.		
Ab.10.1	7,85 – 7,78 – 7,58 – 7,480 – 7,158	7,158 – 7,480 – 7,58 – 7,78 – 7,85 7,480 – 7,158 – 7,85 – 7,78 – 7,58 ………………………..
Ab.10.2	56 – 6,5 – 5,6 – 0,9 – 0,34	0,34 – 0,9 – 5,6 – 6,5 – 56 56 – 6,5 – 5,6 – 0,34 – 0,9 ………………………
Ab.10.3	17 – 1,7 – 0,7 – 0,17 – 0,117	0,117 – 0,17 – 0,7 – 1,7 – 17 17 – 1,7 – 0,117 – 0,17 – 0,7 ……………………..

Riscrivi in ordine decrescente i seguenti numeri:

7,480 - 7,85 - 7,58 - 7,158 - 7,78

5,6 - 56 - 6,5 - 0,34 - 0,9

0,7 - 1,7 - 17 - 0,17 - 0,117

- **Livello di competenza:** **RICEVERE E INTERPRETARE UNA INFORMAZIONE**
- **Livello di difficoltà prevista:** **MEDIO / FACILE**
- **Classe/i:** **3ª - 4ª - 5ª**

Ac.4	**Risposte corrette**	**Risposte non corrette**
Campo chiuso: completamento.		
Ac.4.1	1,5	0,9 2,5
Ac.4.2	5,6	0,7 3,4
Ac.4.3	1,4	1,6 5,1
Ac.4.4	3,21	3,31 3,13

Ac.4

Inserisci nella casella il numero decimale “compreso tra”,
scegliendo tra i numeri dati.

1,5 - 0,9 - 2,5

1	<	……	<	2

0,7 - 3,4 - 5,6

4	<	……	<	8

1,6 - 1,4 - 5,1

0	<	……	<	1,5

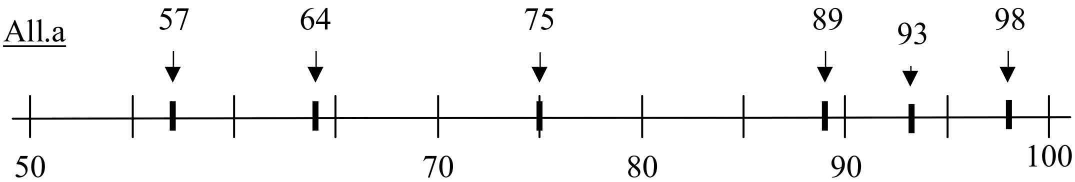
3,21 - 3,31 - 3,13

3,2	<	……	<	3,3

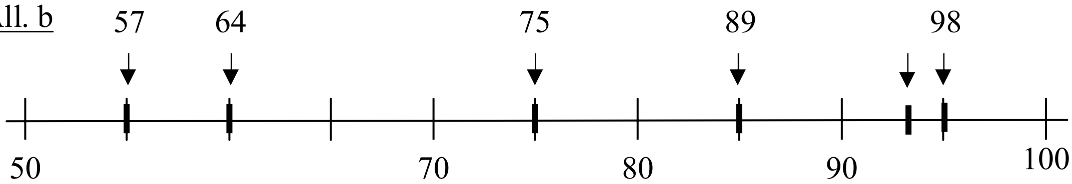
- **Livello di competenza:** **RICEVERE E INTERPRETARE UNA INFORMAZIONE**
- **Livello di difficoltà prevista:** **MEDIO / FACILE**
- **Classe/i:** **1ª - 2ª**

Ac.5	Risposte corrette	Errori più frequenti
Campo chiuso: retta (50,100) 5	Vedi all. a	
Ac.5.1	55 < **57** < 60	Vedi all. b ……
Ac.5.2	**75**	
Ac.5.3	95 < **98** < 100	
Ac.5.4	85 < **89** < 90	
Ac.5.5	60 < **64** < 65	

All.a



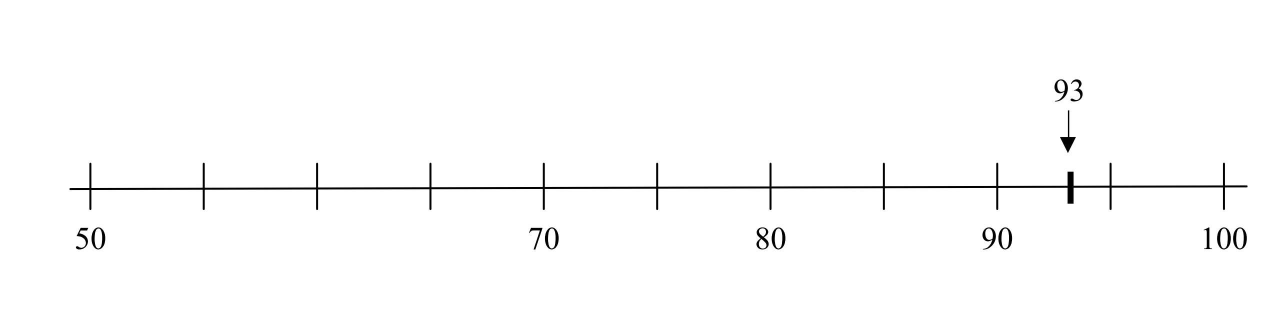
All. b



Colloca sulla retta i seguenti numeri:

93 57 75 98 89 64

(osserva l'esempio)



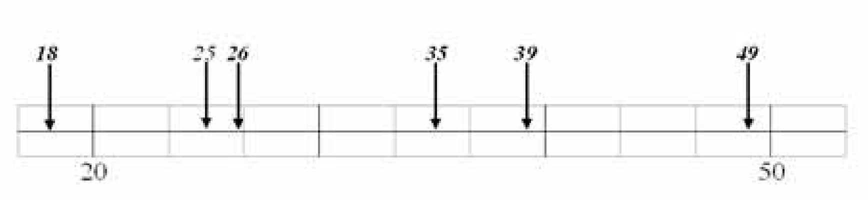
Comprendere il significato dei numeri, i modi per rappresentarli e il significato della notazione posizionale.

- **Livello di competenza:** **RICEVERE E INTERPRETARE UNA INFORMAZIONE**
- **Livello difficoltà:** **MEDIO-FACILE**
- **Classe:** **1ª - 2ª**

Ac.6	Risposte corrette	Errori più frequenti
Campo aperto a risposta breve.	Vedi allegato	
Ac.6.1	30 < **39** < 40	
Ac.6.2	30 < **35** < 40	
Ac.6.3	**18** < 20	
Ac.6.4	25 < **26** < 30	
Ac.6.5	40 < **49** < 50	

Retta numeri naturali	
[20,50]	10

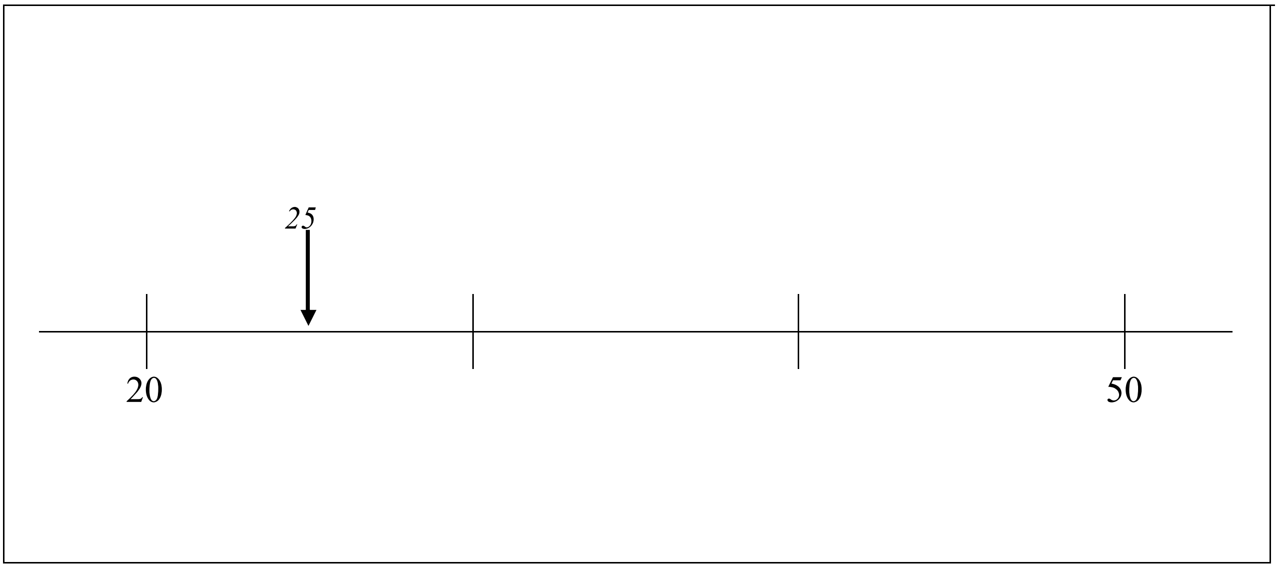
Soluzione:



Colloca sulla retta i seguenti numeri:

39   35   18   26   49

(osserva l'esempio: viene collocato *25*)

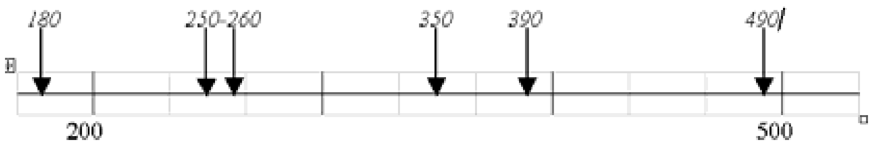


- **Livello di competenza:** **RICEVERE E INTERPRETARE UNA INFORMAZIONE**
- **Livello difficoltà:** **MEDIO-FACILE**
- **Classe:** **2ª - 3ª**

Ac.7	Risposte corrette	Errori più frequenti
Campo aperto a risposta breve.	Vedi allegato	
Ac.7.1	300 < **390** < 400	
Ac.7.2	300 < **350** < 400	
Ac.7.3	**180** < 200	
Ac.7.4	250 < **260** < 300	
Ac.7.5	400 < **490** < 500	

Retta numeri naturali	
[200,500]	100

Soluzione:



Colloca sulla retta i seguenti numeri:

390 350 180 260 490

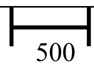
(osservare l'esempio: viene collocato *250*)

- **Livello di competenza:** **RICEVERE E INTERPRETARE UNA INFORMAZIONE**
- **Livello difficoltà:** **MEDIO-FACILE**
- **Classe:** **3ª - 4ª - 5ª**

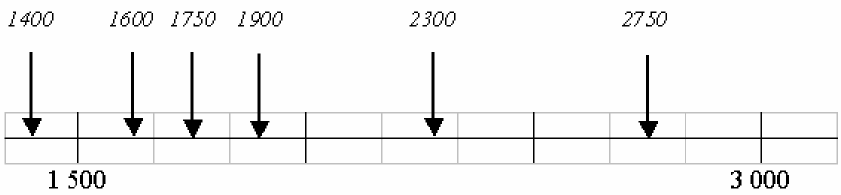
Ac.8	Risposte corrette	Errori più frequenti
Campo aperto a risposta breve.	Vedi allegato	
Ac.8.1	2500 < **2750** < 3000	
Ac.8.2	2000 < **2300** < 2500	
Ac.8.3	**1400**< 1500	
Ac.8.4	1750 < **1900** < 2000	
Ac.8.5	1500< **1600** < 1750	

Retta numeri naturali

[1500,3000]



Soluzione:



Colloca sulla retta i seguenti numeri:

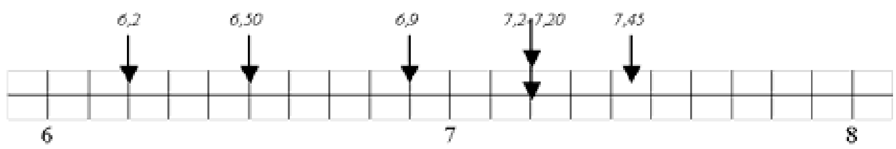
2 750   2 300   1 400   1 900   1 600

(osserva l'esempio: viene collocato *1 750*)

- **Livello di competenza:** **RICEVERE E INTERPRETARE UNA INFORMAZIONE**
- **Livello difficoltà:** **MEDIO-FACILE**
- **Classe:** **3ª - 4ª - 5ª**

Ac.9	Risposte corrette	Errori più frequenti
Campo aperto a risposta breve	Vedi allegato	
Ac.9.1	**6,5**	
Ac.9.2	**7,2**	
Ac.9.3	**6,9**	
Ac.9.4	**7,2**	
Ac.9.5	7,4<**7,45**<7,5	

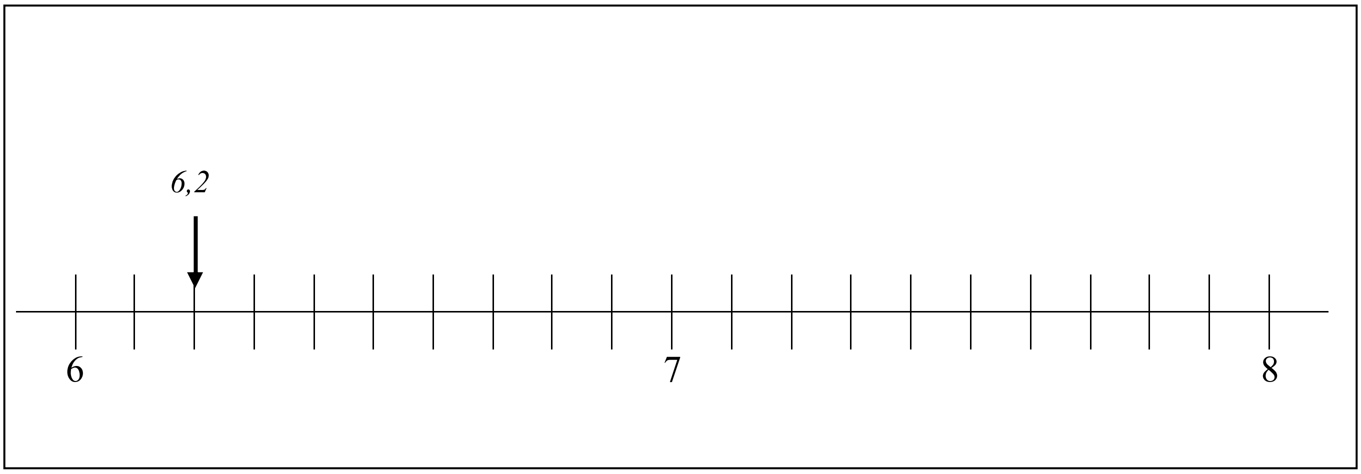
Retta numeri decimali	
[6,8]	0,1
Soluzione:	



Colloca sulla retta i seguenti numeri:

6,50 7,2 6,9 7,20 7,45

(osserva l'esempio: viene collocato *6,2*)



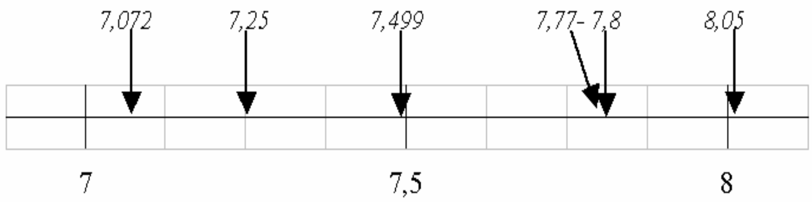
- **Livello di competenza:** **RICEVERE E INTERPRETARE UNA INFORMAZIONE**
- **Livello difficoltà:** **MEDIO-FACILE**
- **Classe:** **3ª - 4ª - 5ª**

Ac.10	**Risposte corrette**	**Errori più frequenti**
Campo aperto a risposta breve	Vedi allegato	
Ac.10.1	7,25<**7,499**<7,5	
Ac.10.2	7,5<**7,77**<8	
Ac.10.3	7<**7,072**<7,25	
Ac.10.4	7,77<**7,8**<8	
Ac.10.5	**8**<8,05	

Retta numeri decimali

[7,8] 0,5

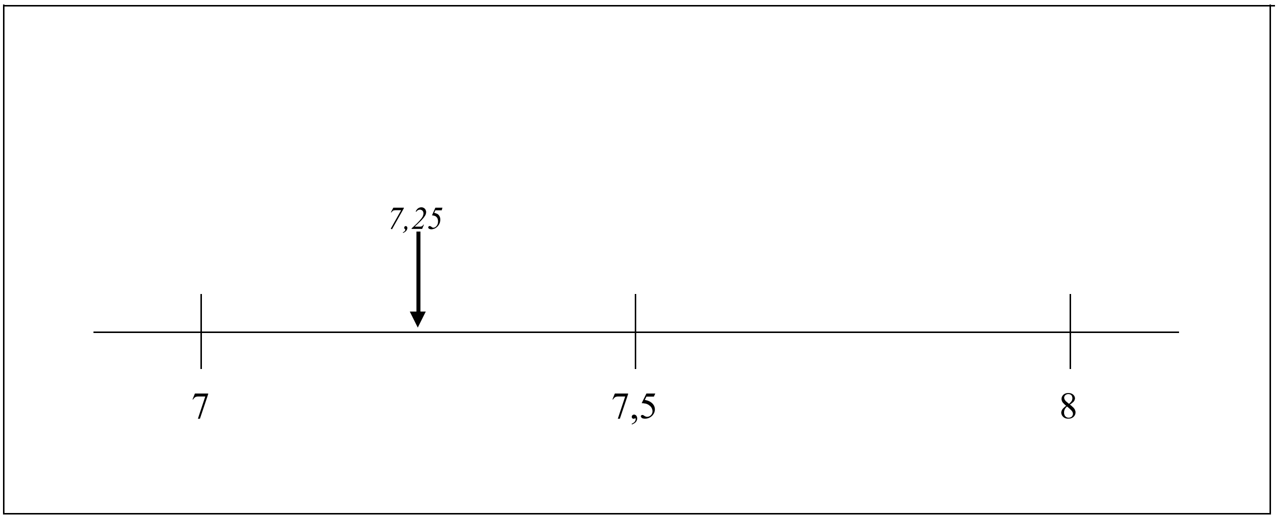
Soluzione:



Colloca sulla retta i seguenti numeri:

7,499 7,77 7,072 7,8 8,05

(osserva l'esempio: viene collocato *7,25*)



- **Livello di competenza:** **ANALIZZARE UNA SITUAZIONE E ORGANIZZARE UN PROCEDIMENTO RISOLUTIVO**
- **Livello difficoltà prevista:** **MEDIO/FACILE**
- **Classe:** **2ª - 3ª**

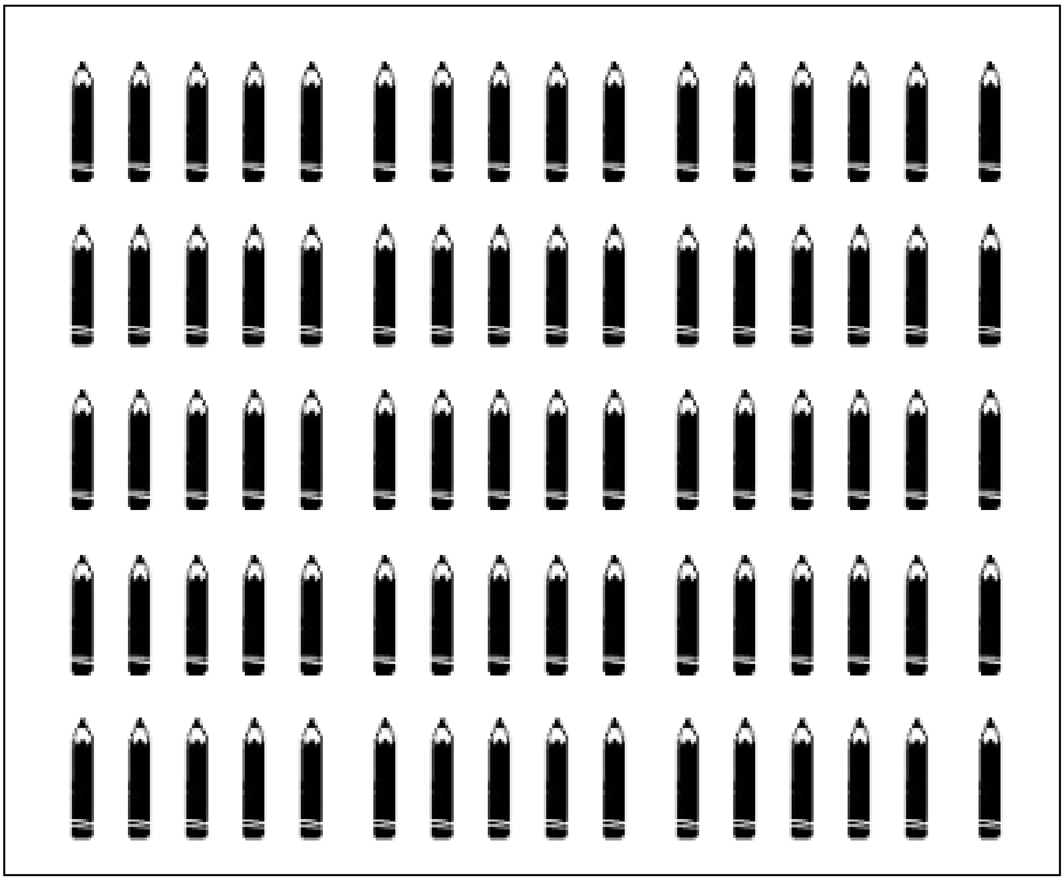
Ad.1	**Risposta corretta**	**Risposte non corrette**
Campo chiuso: scelta multipla a 1 soluzione	8 barattoli	80 barattoli 5 barattoli 10 barattoli

Leggi e osserva il disegno.

BARATTOLI E MATITE

In una azienda si confezionano barattoli di matite.

Ogni barattolo può contenere 10 matite.



Quanti barattoli si possono confezionare?

☐	5 barattoli
☐	10 barattoli
☐	8 barattoli
☐	80 barattoli

IL NUMERO / elemento di prova Ae.5
Comprendere il significato dei numeri, i modi per rappresentarli e il significato della notazione posizionale.

- **Livello di competenza:** **DARE UN SENSO AD UN RISULTATO**
- **Livello difficoltà:** **MEDIO-DIFFICILE**
- **Classe:** **2ª - 3ª**

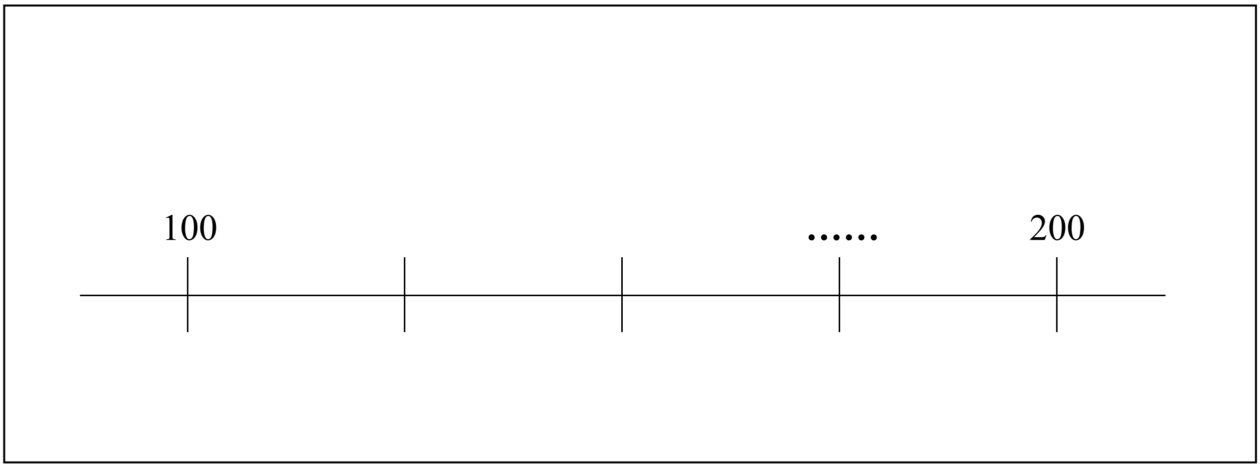
Ae.5	**Risposte corrette**	**Risposte non corrette**
Campo chiuso: scelta multipla a una soluzione Retta [100,200] 25	175	130 160 190
Campo aperto a risposta estesa.	La risposta precedente è ritenuta corretta se e solo se l'alunno spiega che l'intervallo tra una tacca e l'altra corrisponde a 25 unità (vedi esempi allegati)	

175 / Ho messo 175 perché ho pensato che ogni tacchetta valesse 25. visto che dovevo arrivare a 200, ho visto che se aggiungevo 25 a 175, faceva 200.	☺
175 / Perché se si fa la tabellina del 25 (100-125-150-175-200) vediamo che aggiungendo sempre 25, i numeri non superano il 200.	☺
175 / Sono andata per esclusione, se mettevo 130, mancavano altre lineette, se mettevo 160, mancavano sempre altri numeri e non c'era il posto dove metterli, se mettevo 175 era giusto perché c'era il posto e la numerazione era 100-125-150-175-200, se mettevo 190 mancavano sempre dei posti per mettere gli altri numeri.	☺

175 / Perché ho addizionato sempre per 25.	😐

160 / Perché ho immaginato che ogni spazio valesse 20, anche se ne manca uno.	☹
190 / Io sono andata così: da 100 aggiungo sempre 30 fino ad arrivare a 190.	☹
190 / Ho messo 190 perché è il numero più vicino al 200, tra quei numeri.	☹

Osserva questa retta dei numeri:



Quale tra i seguenti numeri scriveresti al posto dei puntini ?

- ❑ 130
- ❑ 160
- ❑ 175
- ❑ 190

Spiega perché ____

____

____

____

IL NUMERO / elemento di prova Ae.6
Comprendere il significato dei numeri, i modi per rappresentarli e il significato della notazione posizionale.

- **Livello di competenza:** **DARE UN SENSO AD UN RISULTATO**
- **Livello difficoltà:** **MEDIO-DIFFICILE**
- **Classe:** **3ª - 4ª - 5ª**

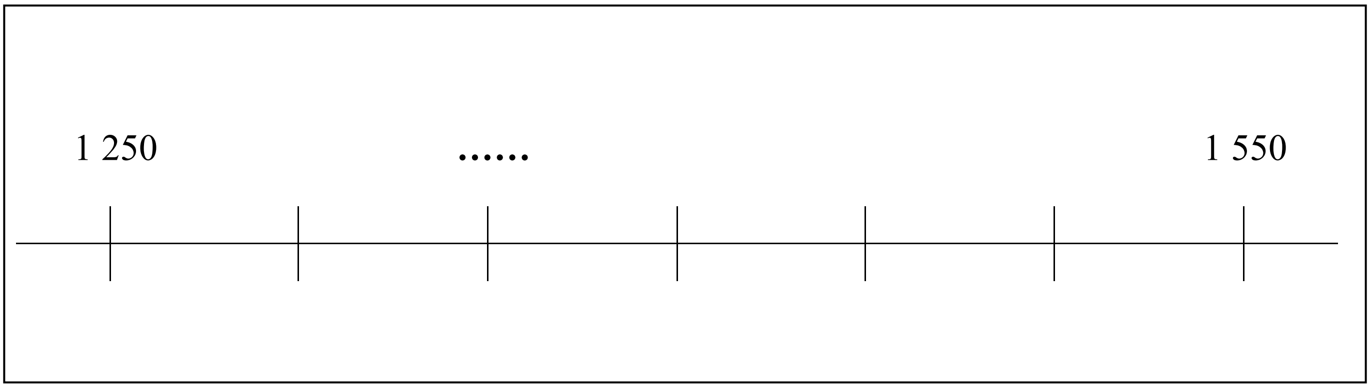
Ae.6	Risposte corrette	Risposte non corrette
Campo chiuso: scelta multipla a una soluzione Retta [1250,1550] 50	1 350	1 300 1 270 1 400
Campo aperto a risposta estesa.	La risposta precedente è ritenuta corretta se e solo se l'alunno spiega che l'intervallo tra una tacca e l'altra corrisponde a 50 unità (vedi esempi allegati)	

1 350 / Perché contando che ogni tacca vale 50, quindi due tacche da 50 arrivano a 100: 1250+100 fa il totale di 1350.	☺
1 350 / Perché se numeri per 50 e da 1250 vai avanti di una tacca viene 1300 e se vai avanti ancora di una tacca viene 1350.	☺
1 350 / Perché secondo me da un trattino al successivo la differenza è di 50.	☺

1 350 / Ho messo 1350 perché ho provato a calcolare finché ho trovato la soluzione.	😐

1 300 / Secondo me moltiplicando per 50 mi viene 1300 e se moltiplichi ancora 2 volte per 50 il risultato è giusto.	☹
1 270 / Perché se il numero in una tacchetta era 1250, proseguendo le tacchette piccole arrivavi a 1260 e proseguendo arrivavi al numero 1270.	☹

Osserva questa retta dei numeri:



Quale tra i seguenti numeri scriveresti al posto dei puntini ?

- ❑ 1300
- ❑ 1350
- ❑ 1270
- ❑ 1400

Spiega perché ____

____

____

____

IL NUMERO / elemento di prova Ae.7
Comprendere il significato dei numeri, i modi per rappresentarli e il significato della notazione posizionale.

- **Livello di competenza:** **DARE UN SENSO A UN RISULTATO**
- **Livello difficoltà:** **MEDIO-DIFFICILE**
- **Classe:** **1ª - 2ª**

Ae.7	**Risposta corretta**	**Errori più frequenti**
Campo aperto a risposta breve.	Marco	Paolo …………….
Campo aperto a risposta estesa.	La risposta precedente è ritenuta corretta se e solo se l'alunno spiega che 17 è maggiore di 7 e di 10 (vedi esempi allegati).	

Marco / Marco ha ragione perché 17 è il numero più grande degli altri: perché ho contato e ho visto che è più grande e anche perché c'è una decina e 7 unità.	☺☺
Marco / Perché 17 ha due cifre e 7 ne ha soltanto una.	☺☺
Marco / Il 17 è il numero più grande di 10 e 7 perché contiene una decina più 7 unità, invece il 10 ha solo una decina, invece il 7 ha 7 unità.	☺

Marco / Marco ha lavorato come me e ha scelto il numero giusto cioè il 17 perché il numero maggiore di tutti gli altri.	😐

IN UNA CLASSE VIENE ASSEGNATO QUESTO ESERCIZIO:

“CERCHIA IL NUMERO MAGGIORE”.

7	**17**	**10**

PAOLO HA LAVORATO COSÌ:

7	**17**	**10**

MARCO HA LAVORATO COSÌ:

7	**17**	**10**

SECONDO TE, CHI HA RAGIONE ? ______________________

PERCHÉ ? ____

____

____

____

IL NUMERO / elemento di prova Ae.8
Comprendere il significato dei numeri, i modi per rappresentarli e il significato della notazione posizionale.

- **Livello di competenza:** **DARE UN SENSO A UN RISULTATO**
- **Livello difficoltà:** **MEDIO-DIFFICILE**
- **Classe:** **2ª - 3ª**

Ae.8	Risposta corretta	Risposte non corrette
Campo chiuso: scelta multipla a una soluzione	17	71 107 170
Campo aperto a risposta estesa.	La risposta precedente è ritenuta corretta se e solo se l’alunno spiega perché 1 decina e 7 unità corrispondono al numero 17 (vedi esempi allegati)	

17 / Perché 1 da vale 10 e 7 sono le unità: 10 + 7 = 17.	☺☺
17 / Perché 1 da è uguale a 10 e poi ne aggiungi 7 u, in tutto farà 1 da e 7 u e il numero è 17.	☺☺
17 / Perché nel numero 17 l’1 è la da e 7 sono le u.	☺

17 / Perché 1 decina e 7 unità vale 17 e non le puoi invertire se no viene 71.	😐
17 / Perché 1 decina e 7 u fa 17 ……… e si sa !!	😐
17 / Ho scelto il 17 perché la maestra ci ha insegnato che 1 da e 7 u fa 17.	😐

17 / Ho scelto questo numero perché gli altri non li so fare perché non li abbiamo imparati.	☹
17 / Ho scelto 17 perché è un numero che mi piace tanto e mi porta fortuna.	☹
17 / Perché spero che sia giusta perché è una prova e così vuole la maestra e io voglio far felice la maestra.	☹

Indica con una crocetta il numero corrispondente.

7 unità e 1 decina	❑ 71 ❑ 107 ❑ 17 ❑ 170

Spiega perché hai scelto quel numero.

IL NUMERO / elemento di prova Ae.9
Comprendere il significato dei numeri, i modi per rappresentarli e il significato della notazione posizionale.

- **Livello di competenza:** **DARE UN SENSO A UN RISULTATO**
- **Livello difficoltà:** **MEDIO-DIFFICILE**
- **Classe:** **3ª - 4ª - 5ª**

Ae.9	**Risposta corretta**	**Risposte non corrette**
Campo chiuso: scelta multipla a una soluzione	306	36 3 600 3 060
Campo aperto a risposta estesa.	La risposta precedente è ritenuta corretta se e solo se l'alunno spiega perché 30 decine e 6 unità corrispondono al numero 306 (vedi esempi allegati)	

306 / Ho scelto questo numero perché 30 decine valgono 300 e 6 unità valgono 6, quindi se sommo 300+6=306.	☺☺
306 / Ho scelto quel numero perché 30 decine il 3 sarebbero le centinaia e lo zero sarebbero decine, aggiusto le 6 unità e mi è venuto 306.	☺
306 / Ho scelto questo numero perché ho immaginato di farlo con l'abaco, quindi le 30 decine che non possono stare tutte nella colonna delle da, vengono riportate nella colonna delle h, mentre le 6 unità rimangono tutte nella colonna delle unità. Il numero è 306.	☺

306 / Ho scelto quel numero perché componendo i numeri viene così.	😐

36 / Perché trenta più sei fa trentasei, non può fare 306, tremilaseicento e tremilasessanta.	☹
36 / Ho scelto quel numero perché 30 sono decine, cioè 3 decine e invece 6 sono le unità quindi 36.	☹

Indica con una crocetta il numero corrispondente.

30 decine e 6 unità	❑ 36 ❑ 306 ❑ 3600 ❑ 3060

Spiega perché hai scelto quel numero.

- **Livello di competenza:** **DARE UN SENSO A UN RISULTATO**
- **Livello difficoltà:** **MEDIO-DIFFICILE**
- **Classe:** **3ª - 4ª - 5ª**

Ae.10	Risposta corretta	Risposte non corrette
Campo chiuso: scelta multipla a una soluzione	80,8	8,8 88 16
Campo aperto a risposta estesa.	La risposta precedente è ritenuta corretta se e solo se l'alunno spiega perché 8 decine e 8 decimi corrispondono al numero 80,8 (vedi esempi allegati)	

80,8 / Ho scelto quel numero perché 8 decine in unità sono 80, la "e" è come se fosse la virgola e 8 decimi è la prima cifra dopo la virgola.	☺☺
80,8 / Ho messo questo numero perché 8 decine corrisponde al numero 80 e 8 decimi corrisponde a 0,8 e messi insieme formano 80,8.	☺☺
80,8 / Ho scelto 80,8 perché ho provato a fare 8 decine + 0 unità + 8 decimi e mi è venuto il risultato.	☺

80,8 / Ho scelto questo numero perché prima di sceglierlo ho guardato bene le parole e allora dopo ho scelto.	😐

16 / Ho messo 16 perché 8 più 8 fanno 16 e non 88.	☹

Indica con una crocetta il numero corrispondente.

8 decine e 8 decimi	❑ 8,8 ❑ 88 ❑ 80,8 ❑ 16

Spiega perché hai scelto quel numero.

____

____

____

____

____

IL NUMERO / elemento di prova Ae.11
Comprendere il significato dei numeri, i modi per rappresentarli e il significato della notazione posizionale.

- **Livello di competenza:** **DARE UN SENSO A UN RISULTATO**
- **Livello difficoltà:** **MEDIO-DIFFICILE**
- **Classe:** **4ª - 5ª**

Ae.11	Risposta corretta	Risposte non corrette
Campo chiuso: scelta multipla a una soluzione	**Elena**	Luca Sergio
Campo aperto a risposta estesa.	La risposta precedente è ritenuta corretta se e solo se l'alunno spiega perché il numero corretto è 315 387 (vedi esempi allegati).	

Elena / Ho letto le informazioni in alto e ho capito che dovevo sommare insieme le cifre per ottenere 27, ma sotto diceva che il numero aveva 5 come unità di migliaia, quindi ho eliminato quelli che non avevano 5 come unità di migliaia e poi ho sommato insieme le cifre dei due numeri rimasti e ho scoperto qual è il numero giusto.	☺☺
Elena / Perché aveva nelle unità di migliaia la cifra 5 e sommando tutte le cifre del suo numero si ottiene 27.	☺
Elena / Quando Sergio conta le cifre il numero non è 27, ma per lui è 21, per Luca è il 27 ma le unità di migliaia non sono 5. Elena ha ragione perché la sua somma è 27 e le unità di migliaia sono 5.	☺
Elena / Perché sommando le cifre di 315 387 viene 27 e poi la cifra delle unità di migliaia è il 5.	☺

Elena / È giusto perché se sommo le cifre mi viene il risultato di Elena.	😐
Elena / Per me ha ragione Elena perché se guardi il problema dice che 5 sono le unità di migliaia e nel numero scelto da Elena le unità di migliaia sono 5.	😐

Luca / La somma è 27 e poi perché il 5 è posizionato sulle unità di migliaia.	☹
Sergio / Perché c'è il 5 nelle unità di migliaia.	☹

In una classe viene assegnato questo problema:

Leggi le informazioni e poi indica con una crocetta il numero esatto.

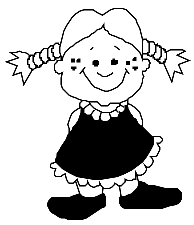
La somma delle sue cifre è **27**.

La cifra delle unità di migliaia è **5**.

- ☐ **507 690**
- ☐ **165 036**
- ☐ **315 387**
- ☐ **257 850**

Luca pensa che il numero sia **257 850**.

Sergio pensa che il numero sia **165 036**.



Elena pensa che il numero sia **315 387**.

Chi ha ragione ? ________________________________

Perché ? ____

____

____

____

- **Livello di competenza:** **DARE UN SENSO A UN RISULTATO**
- **Livello di difficoltà prevista:** **MEDIO / DIFFICILE**
- **Classe/i:** **4ª - 5ª**

Ae.12	**Risposte corrette**	**Errori più frequenti**
Campo chiuso: vero / falso. Campo aperto a risposta breve.		
Ae.12.1	no	Sì (e indica un numero a caso di cinque cifre uguali).
Ae.12.2	no	Sì (e indica un numero a caso pari).
Ae.12.3	sì	Sì (e indica un numero a caso compreso tra 32 500 e 50 000).
Ae.12.4	sì	Sì (e indica un numero a caso con la cifra 4 posta nelle decine).
Campo aperto a risposta estesa.	Le risposte precedenti sono ritenute corrette se e solo se l'alunno: a) spiega che non può dire qual è il numero delle monete perché vi sono nove possibili risposte: 11 111, 22 222, 33 333, 44 444, 55 555, 66 666, 77 777, 88 888 e 99 999; b) spiega che non può dire qual è il numero delle monete perché vi sono ancora quattro possibili risposte: 22 222, 44 444, 66 666 e 88 888; c) spiega che può dire qual è il numero delle monete perché c'è un solo numero pari di cinque cifre compreso tra 32 500 e 50 000: 44 444; d) conferma il numero 44 444 delle monete indicato nell'argomentazione precedente.	

a) **no/** Perché potrebbe essere un qualunque numero, come 55 555 o 22 222. b**) no/** Perché non mi basta sapere che è pari perché ho più possibilità. c) **si 44 444 /** Perché è l'unico numero pari con 5 cifre uguali compreso tra 32 500 e 50 000. d) **si 44 444 /** Perché se tutte le cifre sono uguali e la decina è 4, il numero è 44 444.	☺

a) **no/** Perché non posso capirlo subito b**) no/** Perché potrebbe essere un qualunque numero pari c) **no /** Perché potrebbe essere 33 333 o 44 444. d) **si 44 444 /** Perché raccogliendo tutte le informazioni più questa, sono riuscita a capire qual è il numero.	☹
a) **no** / Perché le informazioni sono insufficienti. b)**no/** Perché non mi dice molte informazioni. c) **no** / Perché possono essere tutti i numeri da 32 500 a 50 000. d) **si 40 400** / Perché unendo queste informazioni ho capito che è pari, che ha 5 cifre ed è compreso tra 32 500 e 50 000.	☹

Capitan Uncino vuole contare le sue monete d’oro.

Leggi una informazione alla volta

e prosegui fino a quando sei sicuro di aver trovato il numero delle monete.

Il numero delle monete d’oro è formato da 5 cifre tutte uguali.

Sai dire qual è il numero delle monete?

○ sì ______ Spiega perché. ____

○ no ____

____

⬇

Il numero delle monete d’oro è pari.

Sai dire qual è il numero?

○ sì ______ Spiega perché. ____

○ no ____

____

⬇

Il numero delle monete d’oro è compreso tra 32 500 e 50 000.

Sai dire qual è il numero?

○ sì ______ Spiega perché. ____

○ no ____

____

⬇

La cifra delle decine è 4.

Sai dire qual è il numero?

○ sì ______ Spiega perché. ____

○ no ____

____

IL NUMERO / elemento di prova Ae.13
Comprendere il significato dei numeri, i modi per rappresentarli e il significato della notazione posizionale.

- **Livello di competenza:** **DARE UN SENSO A UN RISULTATO**
- **Livello di difficoltà prevista:** **MEDIO / DIFFICILE**
- **Classe/i:** **3ª - 4ª - 5ª**

Ae.13	Risposte corrette	Errori più frequenti
Campo chiuso: vero / falso. Campo aperto a risposta breve.		
Ae.13.1	no	Sì (e indica un numero a caso di quattro cifre uguali).
Ae.13.2	no	Sì (e indica un numero a caso pari).
Ae.13.3	sì	Sì (e indica un numero a caso compreso tra 3 500 e 5 000).
Ae.13.4	sì	Sì (e indica un numero a caso con la cifra 4 posta nelle decine).
Campo aperto a risposta estesa.	Le risposte precedenti sono ritenute corrette se e solo se l'alunno: a) spiega che non può dire qual è il numero delle monete perché vi sono nove possibili risposte: 1 111, 2 222, 3 333, 4 444, 5 555, 6 666, 7 777, 8 888 e 9 999; b) spiega che non può dire qual è il numero delle monete perché vi sono ancora quattro possibili risposte: 2 222, 4 444, 6 666 e 8 888; c) spiega che può dire qual è il numero delle monete perché c'è un solo numero pari di cinque cifre compreso tra 3 500 e 5 000: 4 444; d) conferma il numero 4 444 delle monete indicato nell'argomentazione precedente.	

a) **no/** Perché ci sono nove possibilità diverse. b) **no/** Perché tra le nove possibilità non c'è solo un numero pari. c) **si 4444 /** Perché può essere solo quello compreso tra 3500 e 5000, formato da 4 cifre uguali e pari. d) **si 4444 /** Perché il numero che ho pensato ha il 4 come decina.	☺

a) **no/** Perché quattro cifre tutte uguali possono essere in moltissimi modi tipo:2222, 5555, ... b) **no/** Perché i numeri pari sono tantissimi. c) **no /** Perché di numeri compresi tra il 3500 e il 5000 ce ne sono tantissimi. d) **si 4444 /** Perché la prima diceva: il numero è formato da 4 cifre tutte uguali. Perciò se la cifra delle decine è quattro, il numero è 4444..	☹
a) **si 3333** / Perché le tre cifre sono tutte quattro uguali. b) **si 2000/** Perché il numero è pari. c) **si 4500** / Perché è compreso tra il 3500 e il 5000. d) **si 40** / Perché se la decina è 4 è 40.	☹

Capitan Uncino vuole contare le sue monete d'oro.

Leggi una informazione alla volta

e prosegui fino a quando sei sicuro di aver trovato il numero delle monete.

Il numero delle monete d'oro è formato da 4 cifre tutte uguali.

Sai dire qual è il numero delle monete?

Spiega perché. ______________________________

○ sì ______

○ no

____

____

⬇

Il numero delle monete d'oro è pari.

Sai dire qual è il numero?

Spiega perché. ______________________________

○ sì ______

○ no

____

____

⬇

Il numero delle monete d'oro è compreso tra 3 500 e 5 000.

Sai dire qual è il numero?

Spiega perché. ______________________________

○ sì ______

○ no

____

____

⬇

La cifra delle decine è 4.

Sai dire qual è il numero?

Spiega perché. ______________________________

○ sì ______

○ no

____

____

IL NUMERO / elemento di prova Ae.14
Comprendere il significato dei numeri, i modi per rappresentarli e il significato della notazione posizionale.

- **Livello di competenza:** **DARE UN SENSO A UN RISULTATO**
- **Livello di difficoltà prevista:** **MEDIO / DIFFICILE**
- **Classe/i:** **2ª - 3ª**

Ae.14	Risposte corrette	Errori più frequenti
Campo chiuso: vero / falso. Campo aperto a risposta breve.		
Ae.14.1	no	Sì (e indica un numero a caso di tre cifre uguali).
Ae.14.2	no	Sì (e indica un numero a caso pari).
Ae.14.3	sì	Sì (e indica un numero a caso compreso tra 350 e 500).
Ae.14.4	sì	Sì (e indica un numero a caso con la cifra 4 posta nelle decine).
Campo aperto a risposta estesa.	Le risposte precedenti sono ritenute corrette se e solo se l’alunno: a) spiega che non può dire qual è il numero delle monete perché vi sono nove possibili risposte: 111, 222, 333, 444, 555, 666, 777, 888 e 999; b) spiega che non può dire qual è il numero delle monete perché vi sono ancora quattro possibili risposte: 222, 444, 666 e 888; c) spiega che può dire qual è il numero delle monete perché c’è un solo numero pari di cinque cifre compreso tra 350 e 500: 444; d) conferma il numero 444 delle monete indicato nell’argomentazione precedente.	

a) **no/** Perché le informazioni sono poche e non si può capire di quale numero si tratta. b**) no/** Perché di numeri pari con tre cifre uguali ce n’è più di uno. c) **si 444 /** Perché è l’unico numero con tre cifre uguali, pari e compreso tra il 350 e il 500. d) **si 444 /** Perché corrisponde a tutte le caratteristiche.	☺

a) **no/** Perché i numeri formati da tre cifre tutte uguali sono tantissimi. b**) no/** Perché i numeri pari sono tantissimi. c) **no /** Perché di numeri compresi tra il 350 e il 500 ce ne sono tantissimi. d) **si 444 /** Perché il 444 è di tre cifre, è pari, è compreso tra 350 e 500.	☹
a) **si 333** / Il numero delle monete è 333 perché le tre cifre sono tutte uguali. b) **si 888/** Perché sono tutte pari. c) **si 444** / Perché il numero è compreso tra il 350 e il 500. d) **si 40** / Il numero è 40 perché 4 decine è 40.	☹

Capitan Uncino vuole contare le sue monete d'oro.

Leggi una informazione alla volta

e prosegui fino a quando sei sicuro di aver trovato il numero delle monete.

Il numero delle monete d'oro è formato da 3 cifre tutte uguali.

Sai dire qual è il numero delle monete?

○ sì ______ Spiega perché. ______________________________

○ no ______________________________

____

⬇

Il numero delle monete d'oro è pari.

Sai dire qual è il numero?

○ sì ______ Spiega perché. ______________________________

○ no ______________________________

____

⬇

Il numero delle monete d'oro è compreso tra 350 e 500.

Sai dire qual è il numero?

○ sì ______ Spiega perché. ______________________________

○ no ______________________________

____

⬇

La cifra delle decine è 4.

Sai dire qual è il numero?

○ sì ______ Spiega perché. ______________________________

○ no ______________________________

____

IL NUMERO / elemento di prova Ae.15
Comprendere il significato dei numeri, i modi per rappresentarli e il significato della notazione posizionale.

- **Livello di competenza:** **DARE UN SENSO A UN RISULTATO**
- **Livello difficoltà prevista** **MEDIO/DIFFICILE**
- **Classe:** **1ª - 2ª**

Ae.15	Risposta corretta	Risposta non corretta
Campo chiuso: vero/falso	NO	SÌ
Campo aperto a risposta estesa.	La risposta precedente è ritenuta corretta se e solo se l'alunno spiega perché non è possibile.	

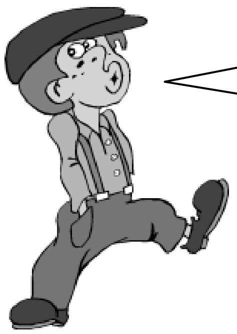
no/ Non si può avere un numero di biglie in mezzo al 19 e al 20.	☺

no/ Perché 19 è meno di 20 e 20 è meno di 19.	😐

si/ Più di 19 biglie è possibile perché ne può avere 21, 22, 23... e anche meno di 20 biglie è possibile perché ne può avere 18, 17, 16....	☹

LEGGI CON ATTENZIONE.

GIOVANNI DICE:



IO HO

PIÙ DI 19 BIGLIE

E MENO DI 20 BIGLIE.

SECONDO TE È POSSIBILE? | SÌ | NO

SPIEGA PERCHÉ.

- **Livello di competenza:** **DARE UN SENSO A UN RISULTATO**
- **Livello difficoltà prevista** **DIFFICILE**
- **Classe:** **1ª - 2ª**

Ae.16	**Risposta corretta**	**Risposta non corretta**
Campo chiuso: vero/falso	SÌ	NO
Campo aperto a risposta estesa.	La risposta precedente è ritenuta corretta se e solo se l'alunno spiega perché è possibile.	

si/ Perché potrebbero esserci 19 gradi e mezzo.	☺

si/ Perché è possibile che ci siano più di 19 gradi e meno di 20 gradi.	☺

no/ Perché non c'è un altro numero tra 19 e 20.	☹

LEGGI CON ATTENZIONE.

ANNA DICE:

OGGI IN CLASSE CI SONO

PIÙ DI 19 GRADI

E MENO DI 20 GRADI.

SECONDO TE È POSSIBILE? SÌ NO

SPIEGA PERCHÉ.

IL NUMERO / elemento di prova Ae.17
Comprendere il significato dei numeri, i modi per rappresentarli e il significato della notazione posizionale.

- **Livello di competenza:** **DARE UN SENSO A UN RISULTATO**
- **Livello difficoltà prevista** **DIFFICILE**
- **Classe:** **2ª - 3ª**

Ae.17	**Risposta corretta**	**Risposta non corretta**
Campo chiuso: vero/falso	NO	SÌ
Campo aperto a risposta estesa.	La risposta precedente è ritenuta corretta se e solo se l'alunno spiega perché non è possibile.	

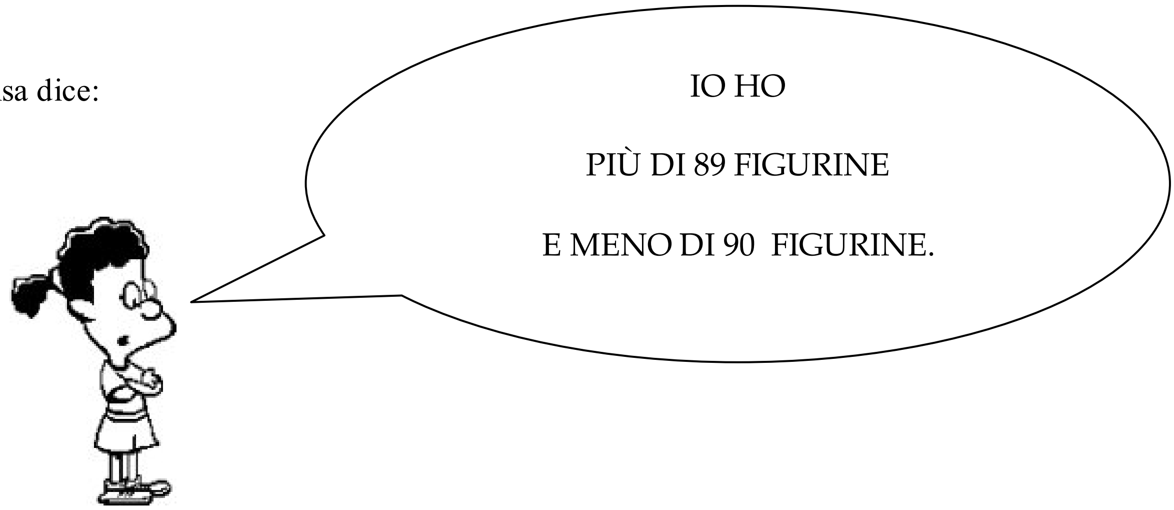
no / Tra 89 e 90 ci sono solo numeri decimali e noi non possiamo dividere la figurina.	☺
no / Perché per avere più di 89 figurine bisogna per forza averne almeno 90	☺

no / Perché è impossibile che un numero sia maggiore di 89 e minore di 90.	😐

sì / Il numero 89 è minore di 90 allora è giusto	☹

Leggi con attenzione.

Elisa dice:



Secondo te è possibile? SÌ NO

Spiega perché.

- **Livello di competenza:** **DARE UN SENSO A UN RISULTATO**
- **Livello difficoltà prevista** **MEDIO/DIFFICILE**
- **Classe:** **2ª - 3ª**

Ae.18	**Risposta corretta**	**Risposta non corretta**
Campo chiuso: vero/falso	SÌ	NO
Campo aperto a risposta estesa.	La risposta precedente è ritenuta corretta se e solo se l'alunno spiega perché è possibile.	

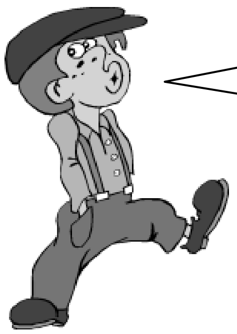
sì / Perché uno può pensare che tra l'89 e il 90 non ci sono più numeri, invece ce n'è uno e questo è l'89 e mezzo, il numero un goccio più alto dell'89 e un goccio più basso del 90.	☺

sì / Perché il papà del bambino può pesare 89 e 4	☺

no / Perché se deve pesare più di 89 chili e meno di 90 chili è impossibile, perché 89 è più piccolo di 90 e 90 è più grande di 89.	☹

Leggi con attenzione.

Enrico dice:



MIO PAPÀ PESA

PIÙ DI 89 CHILI

E MENO DI 90 CHILI.

Secondo te è possibile? | SÌ | | NO |

Spiega perché.

IL NUMERO / elemento di prova Ae.19
Comprendere il significato dei numeri, i modi per rappresentarli e il significato della notazione posizionale.

- **Livello di competenza:** **DARE UN SENSO A UN RISULTATO**
- **Livello difficoltà prevista** **MEDIO/DIFFICILE**
- **Classe:** **2ª - 3ª**

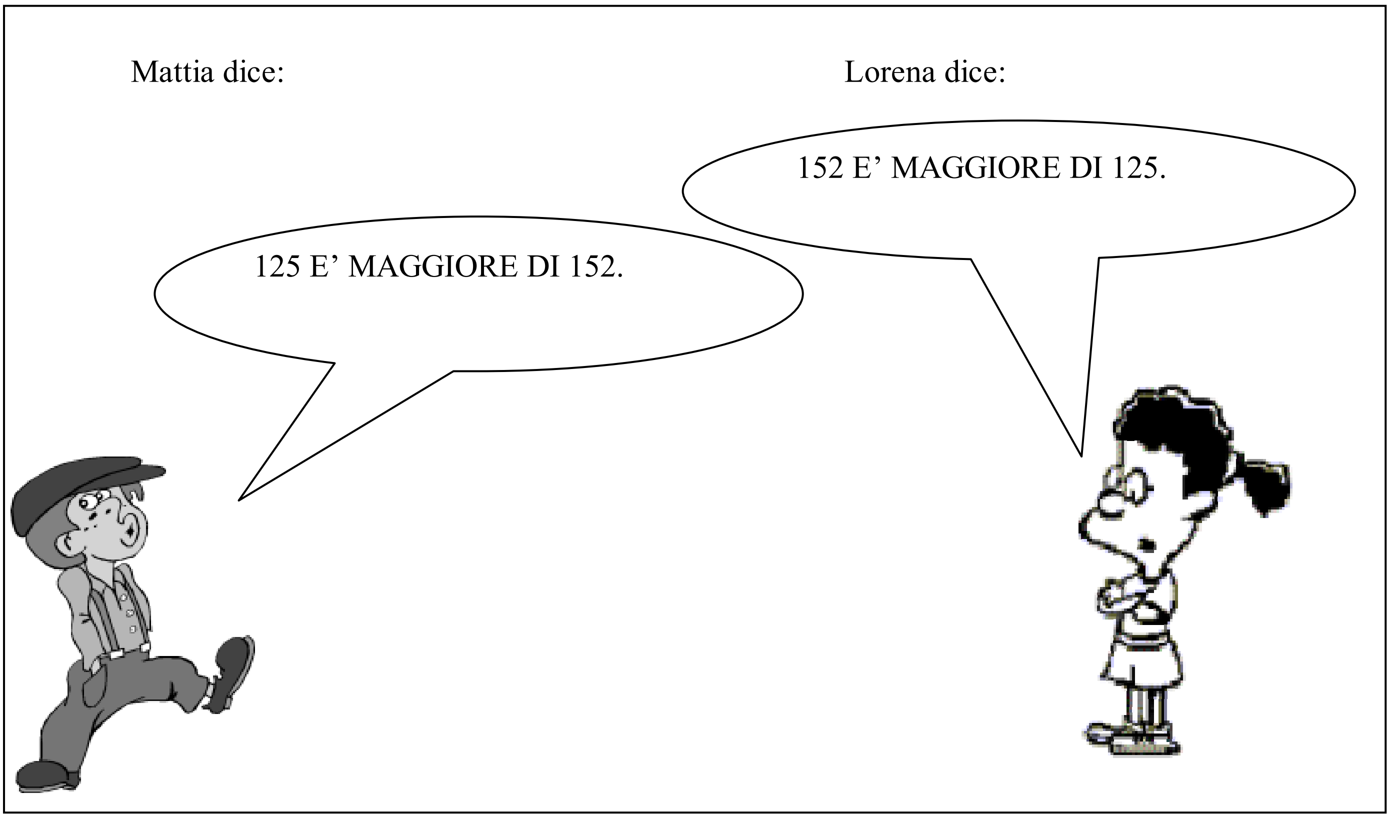
Ae.19	**Risposta corretta**	**Risposta non corretta**
Campo aperto a risposta breve	Lorena	Mattia
Campo aperto a risposta estesa.	La risposta precedente è ritenuta corretta se e solo se l'alunno spiega perché 152 è maggiore di 125.	

Lorena / Anche se le centinaia sono uguali, le decine cambiano perché nel 125 le decine sono 2 e nel 152 le decine sono 5, quindi non c'è neanche bisogno di guardare le unità.	☺☺
Lorena / 125 ha solo due decine, invece 152 ne ha 5, quindi ha ragione Lorena.	☺
Lorena / Mattia guardando le unità ha sbagliato perché anche se 5 unità sono maggiori di 2 bisognava guardare le decine.	☺

Lorena / Ha ragione Lorena perché 125 viene prima quindi è più alto 152.	😐

Mattia / Perché confrontando i numeri c'è una grande differenza.	☹

Leggi con attenzione.



Secondo te chi ha ragione? ______________________________

Spiega perché.

____

____

____

____

____

IL NUMERO / elemento di prova Ae.20
Comprendere il significato dei numeri, i modi per rappresentarli e il significato della notazione posizionale.

- **Livello di competenza:** **DARE UN SENSO A UN RISULTATO**
- **Livello difficoltà prevista** **MEDIO/DIFFICILE**
- **Classe:** **2ª - 3ª**

Ae.20	Risposta corretta	Risposte non corrette
Campo chiuso: completamento	>	< =
Campo aperto a risposta estesa.	La risposta precedente è ritenuta corretta se e solo se l'alunno spiega perché 110 è maggiore di 101.	

> / Nel numero 101 le unità sono più del numero 110, ma nel 110 le decine sono di più e il più importante sono le centinaia, però sono uguali e allora contano le decine	☺☺
> / Se vediamo il secondo posto del numero 101 vedremo che c'è il numero 0 invece nel 110 c'è il numero 1; il secondo posto sono le decine quindi il più grande è il 110.	☺
> / Ho scelto 110 perché contando a unità 110 arriva dopo 101 quindi 110 è maggiore di 101.	☺

> / 101 è formato da 1 h, o da e 1 u, quindi le cifre di 101 valgono poco e le cifre di 110 valgono di più.	😐
> / Perché 110 è maggiore di 101.	😐

> / Il simbolo > vuol dire maggiore quindi 101 è maggiore di 110.	☹

Ae.20

Confronta i numeri e scrivi il simbolo:

$<$	$>$	$=$
minore	maggiore	uguale

$$110 \quad ... \quad 101$$

Scrivi il tuo ragionamento.

- **Livello di competenza:** **DARE UN SENSO A UN RISULTATO**
- **Livello di difficoltà prevista:** **MEDIO/DIFFICILE**
- **Classe:** **2ª - 3ª**

Ae.21	
Campo aperto a risposta estesa.	L'alunno spiega in modo soddisfacente che Luca ha sbagliato perché non ha rispettato la regolarità della successione per la quale ogni numero si ottiene sottraendo 7 unità dal precedente (soluzione corretta di Maria).

Luca ha sbagliato perché non ha fatto come Maria. Puoi vedere che se parti dal numero 130 se togli 7 hai il numero 123. Se parti da 123 togli 7 e hai 116. Così da 116 togli 7 e ti viene 109. E da 109 togli 7 e viene 102. Maria ha scritto 109 e 102 e ha capito il compito. Luca non ha contato bene perché ha fatto prima meno 6 e ha scritto 110 e poi ha fatto meno 5 e fa 105.	☺☺
Per scrivere quei numeri devi togliere sempre 7 come ha fatto Maria.	☺

Luca ha fatto 116-6=110 e 110-5=105	😐
Non ha fatto bene il compito.	😐
Luca e Maria non hanno fatto uguale.	😐

Leggi con attenzione.

Maria e Luca hanno completato
questa sequenza di numeri:

130 **123** **116** ....

Maria :

130 **123** **116** 109 102

Luca:

130 **123** **116** 110 105

Luca ha sbagliato.

Spiega perché Luca ha sbagliato.

IL NUMERO / elemento di prova Ae.22
Comprendere il significato dei numeri, i modi per rappresentarli e il significato della notazione posizionale.

- **Livello di competenza:** **DARE UN SENSO A UN RISULTATO**
- **Livello di difficoltà prevista:** **MEDIO / DIFFICILE**
- **Classe/i:** **3ª - 4ª - 5ª**

Ae.22	Risposta corretta	Errori più frequenti
Campo aperto a risposta estesa.	8 8,19 8,35 8,47 8,5	8 8,5 8,19 8,35 8,47 8,5 8,19 8,35 8,47 8 ……
	La risposta precedente è ritenuta corretta se e solo se l'alunno spiega qual è l'ordine crescente corretto (vedi esempi allegati).	

Si è fatto ingannare dall'unico 5 perché in realtà quelli sono decimi, cioè è come se fossero 50 centesimi, perciò 8,5 va per ultimo.	☺☺
L'otto virgola cinque va messo per ultimo, perché quel 5 vale 50. Se Marco avesse ragione ci sarebbe scritto 8,05.	☺☺
Ha sbagliato perché 8,5 = 8,50 come con gli euro che 8,5 sono 8,50 e quindi Marco doveva metterli in questo ordine: 8 – 8,19 – 8,35 – 8,47 – 8,50.	☺
Ha sbagliato perché il numero più piccolo è l'8, ma poi c'è il numero 8,19 non 8,5 perché sarebbero 8 unità e 5 decimi e 5 è più grande di 1. Poi c'è il numero 8,35, poi il numero 8,47 e infine il numero 8,5.	☺

Marco doveva mettere 8,5 per ultimo perché è il più grande.	😐

Secondo me ha sbagliato perché 8,… significa che è vicino all'8 quindi l'ordine è così per me: 8,5 – 8,19 – 8,35 – 8,47 – 8.	☹

Leggi con attenzione.

Marco deve mettere in ordine crescente questi numeri:

8,19 8,5 8,35 8 8,47

Marco li ha messi in ordine così:

8 8,5 8,19 8,35 8,47

ma ha sbagliato.

Spiega perché Marco ha sbagliato.

____

____

____

____

____

IL NUMERO / elemento di prova Ae.23
Comprendere il significato dei numeri, i modi per rappresentarli e il significato della notazione posizionale.

- **Livello di competenza:** **DARE UN SENSO A UN RISULTATO**
- **Livello di difficoltà prevista:** **MEDIO/DIFFICILE**
- **Classe:** **1ª - 2ª**

Ae.23	**Risposte corrette**	**Risposte non corrette**
Campo chiuso: vero/falso	no	si
Retta numeri naturali	[52,61]	
Campo aperto a risposta estesa.	La risposta precedente è ritenuta corretta se e solo se l'alunno spiega in modo soddisfacente che non sono rispettate le corrette distanze sulla retta.	

no/ Lui ha messo i numeri dal più piccolo al più grande ma non c'è lo spazio giusto tra i numeri. Li ha fatti uguali ma non va bene perché tra 52 e 55 c'è 3 e tra 55 e 57 c'è 2 e tra 57 e 61 c'è 4.	☺☺
no/ Nicola non ha fatto giusto perché per mettere quei numeri non ha contato lo spazio giusto.	☺

si/ I numeri sono messi in ordine crescente.	😐

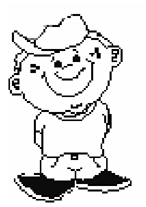
si/ I numeri che ha messo Nicola sono giusti.	☹
si/ Nicola scrive i numeri mancanti sulla retta.	☹

LEGGI CON ATTENZIONE.

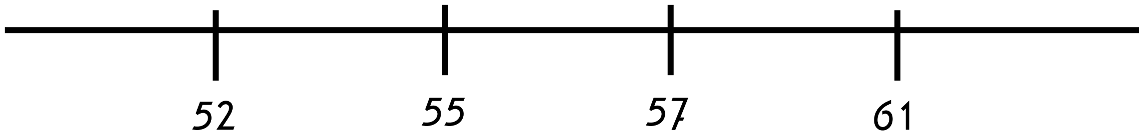
LA MAESTRA HA DATO IL SEGUENTE ESERCIZIO:

METTI IN ORDINE SULLA RETTA I SEGUENTI NUMERI

57 61 52 55



OSSERVA LA SOLUZIONE DI NICOLA.



NICOLA HA FATTO GIUSTO? ○ SI ○ NO

SPIEGA PERCHÉ.

____

____

____

____

____

- **Livello di competenza:** **DARE UN SENSO A UN RISULTATO**
- **Livello di difficoltà prevista:** **MEDIO/DIFFICILE**
- **Classe:** **1ª - 2ª**

Ae.24		**Risposte corrette**	**Risposte non corrette**
Campo chiuso: vero/falso		si	no
Retta numeri naturali	[61,52]		
Campo aperto a risposta estesa.	La risposta precedente è ritenuta corretta se e solo se l'alunno spiega in modo soddisfacente che sono state rispettate le distanze sulla retta e il verso dell'ordinamento è a sinistra.		

si/ Anche se li ha messi all'incontrario lei li ha messi con lo spazio giusto.	☺

si/ I numeri sono messi in ordine decrescente.	😐

no/ Lucia doveva mettere i numeri dal più piccolo al più grande.	☹
no/ I numeri che Lucia ha messo sono giusti.	☹
no/ Lei scrive i numeri che mancavano sulla linea.	☹

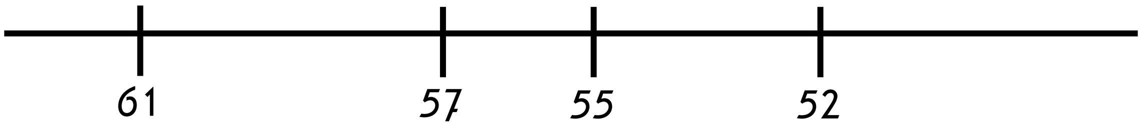
LEGGI CON ATTENZIONE.

LA MAESTRA HA DATO IL SEGUENTE ESERCIZIO:

METTI IN ORDINE SULLA RETTA I SEGUENTI NUMERI

57 61 52 55

OSSERVA LA SOLUZIONE DI LUCIA.



LUCIA HA FATTO GIUSTO? ○ SI ○ NO

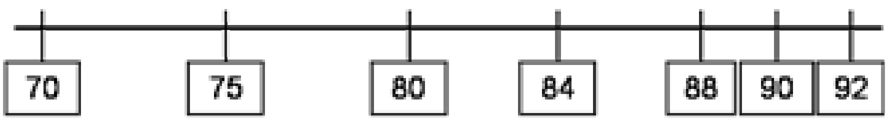
SPIEGA PERCHÉ.

IL NUMERO / elemento di prova Ae.25
Comprendere il significato dei numeri, i modi per rappresentarli e il significato della notazione posizionale.

- **Livello di competenza:** **DARE UN SENSO A UN RISULTATO**
- **Livello di difficoltà prevista:** **DIFFICILE**
- **Classe:** **1ª - 2ª**

Ae.25	**Risposte corrette**	**Errori più frequenti**
Campo chiuso: completamento	vedi allegato	79 al posto di 75 81 al posto di 84 84 al posto di 88
Campo aperto a risposta breve.	I numeri che NON si possono inserire sono: 93, 79, 85, 81	
Campo aperto a risposta estesa.	La risposta precedente è ritenuta corretta se e solo se l'alunno spiega in modo soddisfacente che la posizione dei cartellini dati determina in modo univoco la scelta dei numeri 75, 84, 88, 92.	

Retta numeri naturali	
[70,92]	10



Tra il 70 e l'80 il cartellino è in mezzo così devi mettere il 75. Poi metti 84 perché non è in mezzo. Vicino al 90 ci sta 88 e dall'altra parte deve essere uguale e metti 92.	☺

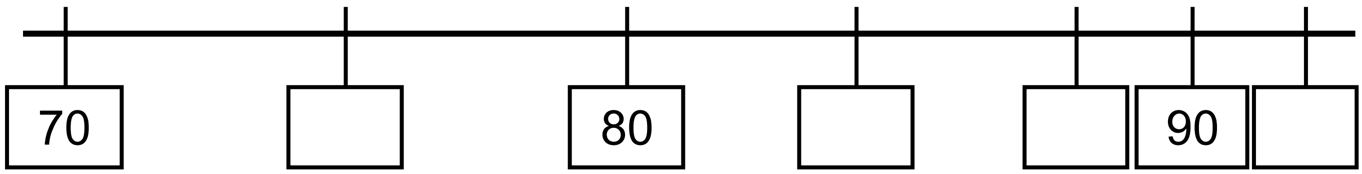
I numeri sono messi in ordine.	😐

Mancano dei cartellini per inserire tutti i numeri	☹
Non devo inserire i numeri che già sono nei cartellini	☹

TROVA TRA I SEGUENTI NUMERI

QUELLI CHE PUOI INSERIRE NEI CARTELLINI :

93 79 85 81 84 75 88 92



QUALI NUMERI NON HAI INSERITO? ______________________________________

SPIEGA PERCHÉ.

____

____

____

____

____

IL NUMERO / elemento di prova Ae.26
Comprendere il significato dei numeri, i modi per rappresentarli e il significato della notazione posizionale.

- **Livello di competenza:** **DARE UN SENSO A UN RISULTATO**
- **Livello di difficoltà prevista:** **MEDIO/DIFFICILE**
- **Classe:** **2ª - 3ª - 4ª**

Ae.26	
Campo aperto a risposta estesa.	L'alunno spiega in modo soddisfacente che i numeri sono collocati in ordine crescente ma per tutti i numeri non sono state rispettate le giuste distanze.

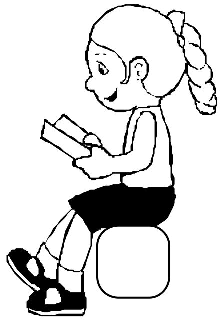
Retta numeri naturali	
[100,300]	├ 100 ┤

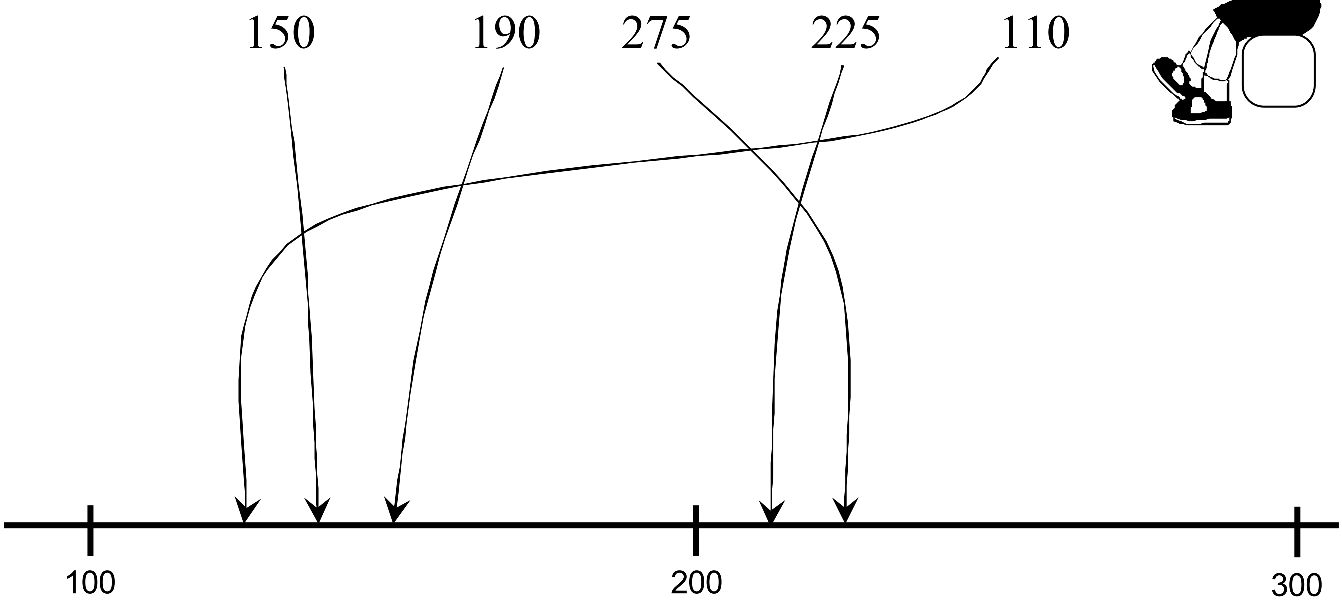
Silvia ha sbagliato perché tra la freccia del 110 e il 100 c'è molto spazio, ma se dopo il 110 ha collocato il 150 e subito dopo il 190 ha sbagliato perché dal 100 al 110 ci sono 10 numeri ma dal 110 al 150 ce ne sono 40. Quindi se dopo 10 numeri c'è già molto spazio vuol dire che dopo 10 numeri ce ne sarà molto di più. Ma su quella retta ce n'è di meno, anche dal 150 al 190, dal 200 al 225 e dal 225 al 275.	☺☺
Silvia ha sbagliato perché ha collocato i numeri con le distanze inesatte.	☺
Silvia ha sbagliato perché il 110 è al posto del 120, il 150 è al posto del 130, 190 è al posto del 140, il 225 è al posto del 210 e il 275 è al posto del 220.	☺
Silvia ha sbagliato perché li ha sistemati troppo vicini. Il 110 è sbagliato perché doveva metterlo più vicino al 100, il 150 deve andare tra il 100 e il 200 cioè in mezzo, il 190 deve andare vicino al 200, il 225 deve andare più distaccato dal 200, il 275 deve andare vicino al 300 ma non troppo.	☺

Silvia ha sbagliato perché non ha messo tutti i numeri con le frecce al posto giusto.	😐

Silvia ha sbagliato perché non ha messo i numeri in ordine crescente (cioè dal più piccolo al più grande)	☹

Osserva come Silvia ha collocato i numeri sulla retta.





Silvia ha sbagliato.

Spiega perché.

- **Livello di competenza:** **DARE UN SENSO A UN RISULTATO**
- **Livello di difficoltà prevista:** **DIFFICILE**
- **Classe:** **3ª - 4ª - 5ª**

Ae.27	
Campo aperto a risposta estesa.	L'alunno spiega in modo soddisfacente che 0,4 è maggiore di 0,25 e deve essere posizionato correttamente e che 2,6 è maggiore di 2,50 e deve essere posizionato correttamente.

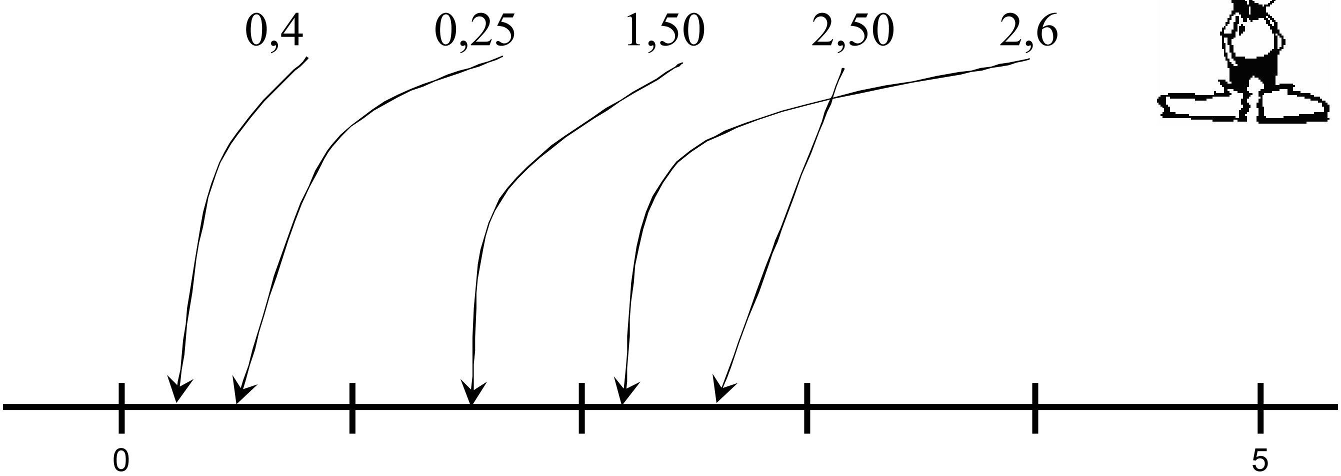
Retta numeri decimali	
[0,5]	1

Andrea ha sbagliato perché 0,25 è più piccolo di 0,4 perciò va prima, poi ha sbagliato 2,6 perché è più grande di 2,50 che va prima e quindi viene: 0,25 – 0,4 – 1,50 – 2,50 – 2,6 .	☺
Andrea ha sbagliato perché pensa che i numeri che hanno solo una cifra dopo la virgola sono più piccoli di quelli che hanno due cifre dopo la virgola. Ad esempio 0,4 è più grande di 0,25 perché i 4 decimi è come se fossero 0,40.	☺

Ha sbagliato perché i numeri non sono al posto esatto.	😐

Ha sbagliato perché 1,50 doveva metterlo in mezzo al numero corrispondente.	☹

Osserva come Andrea ha collocato i numeri sulla retta.



Andrea ha sbagliato.

Spiega perché.

- **Livello di competenza:** **DARE UN SENSO A UN RISULTATO**
- **Livello di difficoltà prevista:** **DIFFICILE**
- **Classe:** **3ª - 4ª - 5ª**

Ae.28	
Campo aperto a risposta estesa.	L'alunno spiega in modo soddisfacente che la frazione $\frac{1}{2}$ non è collocata nella giusta posizione.

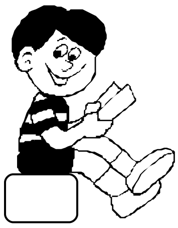
Retta numeri decimali	
[0,2]	0,25

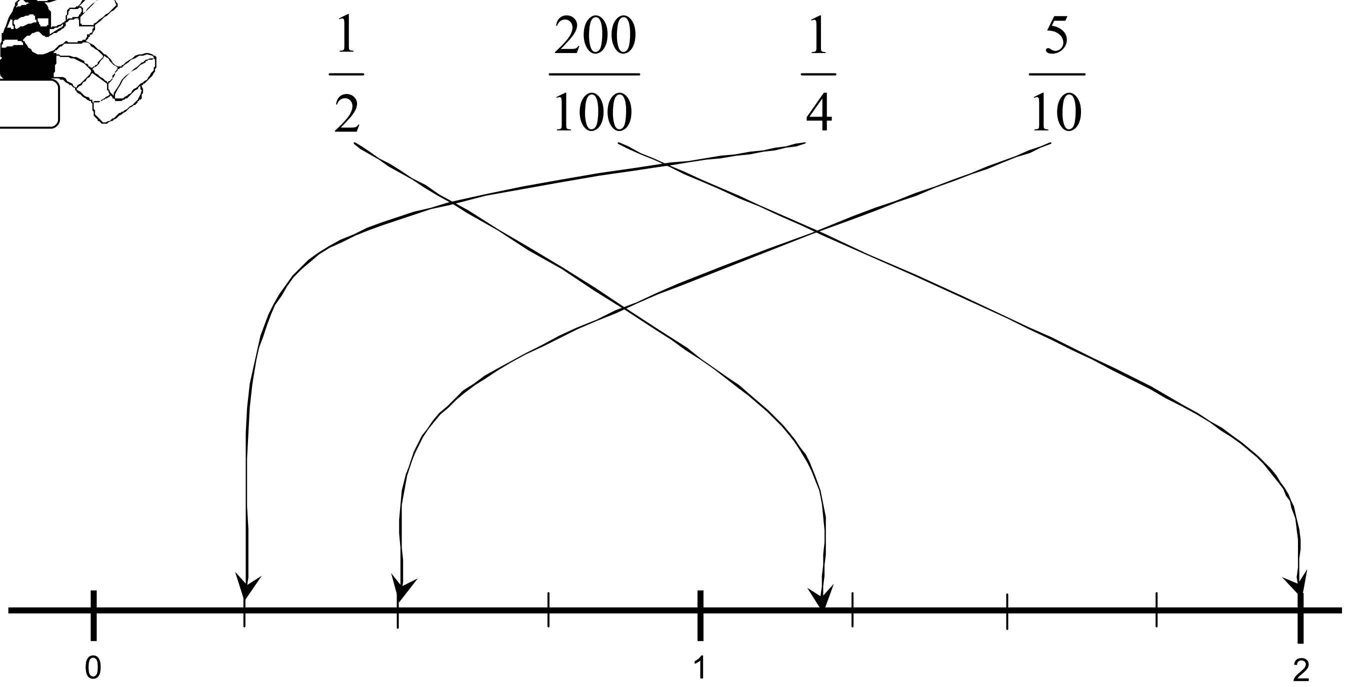
Pierino ha messo in posizione sbagliata la frazione ½ perché se si divide in due parti lo spazio tra 0 e 1, la fine della prima parte divisa non è quella indicata dalla freccia. Il suo posto equivale a 5/10, quindi va messa dove la freccia dei 5/10 è collegata.	☺☺
Pierino ha commesso l'errore di ½ perché l'ha messo al posto dell'1,2 ma se tu trasformi ½ in numero decimale non ti viene 1,2.	☺

	😐

Secondo me doveva calcolare ½ di 2 perché è il numero maggiore che in questo caso appare sulla retta così otteneva 1, quindi andava a sistemare ½ su 1, poi faceva lo stesso procedimento con ¼ di 2 e usciva come risultato 2.	☹
Pierino ha sbagliato a collocare la frazione 200/100 perché se lo trasformi in numero decimale viene 0,200 e quindi non lo puoi collocare sul 2 ma sulla tacchetta dello 0,2.	☹

Osserva come Pierino ha collocato le frazioni sulla retta.





Pierino ha commesso un errore.

Spiega quale errore ha commesso Pierino.

- **Livello di competenza:** **UTILIZZARE UNA CONOSCENZA**
- **Livello difficoltà prevista** **DIFFICILE**
- **Classe:** **4ª - 5ª**

Bb.1	**Risposte corrette**	**Errori più frequenti**
Campo aperto a risposta breve		
Bb.1.1	3,76 €	4,24 € (5 – 1,24)
Bb.1.2	1,30 €	2,70 € (2 + 0,70)
Bb.1.3	0,14 €	0,86 € (0,50 + 0,36)
Bb.1.4	5 € oppure 5,00 €	…

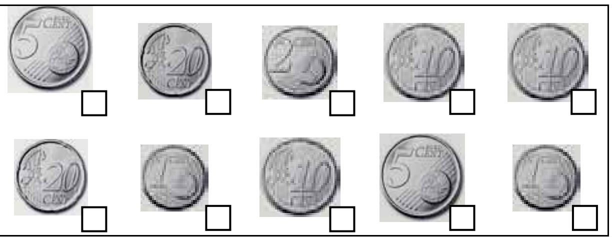
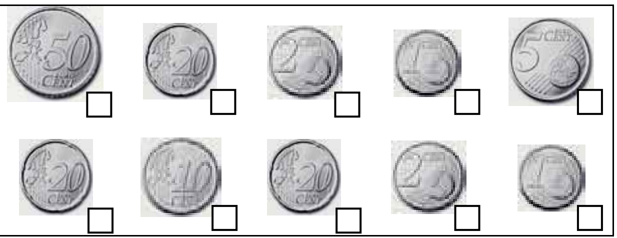
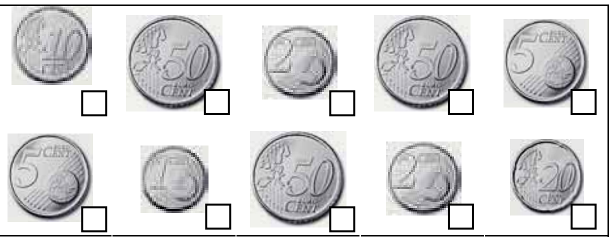
Completa la tabella.

OGGETTO ACQUISTATO	COSTO	PAGO CON …	RICEVO DI RESTO…
QUADERNO GRANDE	1,24 €	5 €	
TEMPERINO		2 €	0,70 €
NASTRO ADESIVO	0,36 €	0,50 €	
COLLA	1,34 €		3,66 €

- **Livello di competenza:** **UTILIZZARE UNA CONOSCENZA**
- **Livello difficoltà prevista** **MEDIO/DIFFICILE**
- **Classe:** **2ª - 3ª**

Bb.2	**Risposte corrette**	**Errori più frequenti**
Campo aperto		
Bb.2.1	50 cent + 20 cent + 5 cent + 2 cent	…
Bb.2.2	20 cent + 20 cent + 10 cent + 2 cent	…
Bb.2.3	50 cent + 20 cent + 20 cent + 1 cent	…
Bb.2.4	50 cent +50 cent +20 cent	…

Indica con una crocetta il minor numero di monete che ti occorrono per pagare.

OGGETTO	COSTO	PAGO CON …
BIRO	77 centesimi	
GOMMA	52 centesimi	
QUADERNO PICCOLO	91 centesimi	
COLLA	1 euro e 20 centesimi	

- **Livello di competenza:** **RICEVERE E INTERPRETARE UNA INFORMAZIONE**
- **Livello difficoltà:** **MEDIO-FACILE**
- **Classe:** **2ª - 3ª**

Bc.1	Risposta corretta	Errori più frequenti
Campo aperto a risposta breve.	Vedi allegato	

10	**20**	6
8	**12**	16
18	4	**14**

Osserva questo quadrato magico.

La somma dei numeri in orizzontale, in verticale ed in diagonale è sempre la stessa: **15**.

4	**9**	**2**
3	**5**	**7**
8	**1**	**6**

Orizzontale:
4+9+2 = 15
3+5+7 = 15
8+1+6 = 15

Verticale:
4+3+8 = 15
9+5+1 = 15
2+7+6 = 15

Diagonale:
4+5+6 = 15
2+5+8 = 15

Completa ora questo quadrato magico, in modo che il risultato sia sempre 36.

10		**6**
		16
18	**4**	

- **Livello di competenza:** **RICEVERE E INTERPRETARE UNA INFORMAZIONE**

- **Livello difficoltà prevista** **MEDIO/DIFFICILE**

- **Classe:** **3ª - 4ª - 5ª**

Bc.2	**Risposte corrette**	**Errori più frequenti**
Campo aperto a risposta breve		
Bc.2.1	120	…
Bc.2.2	975	1025
Bc.2.3	200	…
Bc.2.4	60	600, 1500
Bc.2.5	30	5

Calcola a mente e scrivi i numeri mancanti.

Esempio: 65 – 33 = 32

…… – 18 = 102

1000 = 25 + ……

…… – 61 = 139

…… x 5 = 300

450 : …… = 15

- **Livello di competenza:** **ANALIZZARE UNA SITUAZIONE E ORGANIZZARE UN PROCEDIMENTO RISOLUTIVO**
- **Livello di difficoltà prevista:** **FACILE**
- **Classe/i:** **2ª - 3ª**

Bd.1	Risposte corrette	Errori più frequenti
Campo chiuso: completamento.	50 + 50 + 50 + 5 + 5	50 + 25 + 25 + 25 + 25 + 5 + 5 ……

Leggi con attenzione.

Luigi e Stefano giocano con queste carte:

50	25	5
50	25	5
50	25	5
50	25	5

Vince chi riesce a formare 160 con il **minor numero** di carte possibile.

Luigi è il vincitore.

Colora tutte le carte che ha usato.

50	25	5
50	25	5
50	25	5
50	25	5

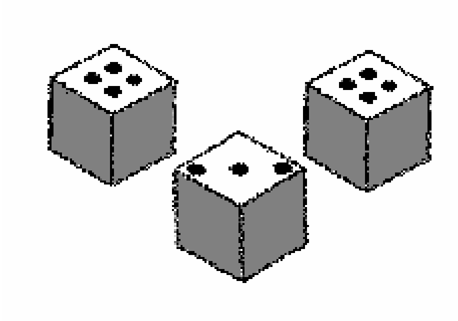
- **Livello di competenza:** **ANALIZZARE UNA SITUAZIONE E ORGANIZZARE UN PROCEDIMENTO RISOLUTIVO**
- **Livello di difficoltà prevista:** **MEDIO/DIFFICILE**
- **Classe:** **1ª - 2ª**

Bd.2	**Risposta corretta**	**Errori più frequenti**
Campo aperto a risposta breve	Le altre possibili soluzioni sono: 1,5,5 1,6,4 2,3,6 2,4,5 3,3,5 In tutto le soluzioni possibili sono 6	Vengono utilizzati numeri non presenti sui dadi:7,8,9,10. Si ricopiano i numeri 4,3,4.

IL LANCIO DEI DADI

PAOLO HA LANCIATO I TRE DADI E HA OTTENUTO 11.

$\boxed{4} + \boxed{3} + \boxed{4} = \boxed{11}$



TROVA LE ALTRE SOLUZIONI POSSIBILI PER OTTENERE 11.

$\boxed{} + \boxed{} + \boxed{} = \boxed{11}$

$\boxed{} + \boxed{} + \boxed{} = \boxed{11}$

$\boxed{} + \boxed{} + \boxed{} = \boxed{11}$

$\boxed{} + \boxed{} + \boxed{} = \boxed{11}$

$\boxed{} + \boxed{} + \boxed{} = \boxed{11}$

- **Livello di competenza:** **DARE UN SENSO A UN RISULTATO**
- **Livello di difficoltà prevista:** **MEDIO / DIFFICILE**
- **Classe/i:** **3ª - 4ª - 5ª**

Be.5	**Risposta corretta**	**Errori più frequenti**
Campo aperto a risposta breve.	130	730 1 330 ……
Campo aperto a risposta estesa.	La risposta precedente è ritenuta corretta se e solo se l'alunno spiega come ha proceduto nel completare l'uguaglianza (vedi esempi allegati).	

130 / Io il numero mancante l'ho trovato così. Per prima cosa ho visto che c'era un 600+_____, mentre dall'altra parte c'era 30+630+70, allora per far equivalere i due numeri ho addizionato 70+30+30=130. Il 600 non l'ho contato perché c'era già.	☺☺
130 / Per prima cosa ho fatto 30+630+70 che fa 730, poi mi sono detta che io ho 600 per arrivare a 730 ci manca 130; quindi ci mancava 130 così i due "piatti" sono alla stessa altezza.	☺
130 / Io ho trovato il numero 130 perché se calcoli i numeri tutti insieme, il risultato è 730, ma dato che lì ne avevano scritti già 600, ho calcolato 730-600 e ho trovato il numero da aggiungere al 600, che è 130 (600+130=730).	☺

130 / Ho sommato i primi tre numeri: 30+630+70=730. Ora sottraiamo 600 e il risultato sarà il numero mancante: 730-600=130.	😐
130 / Ho trovato quel numero facendo 630-30=600 e poi ho sommato 30+30+70=130.	😐

730 / Ho scritto 730 facendo questo ragionamento: 630+70=700+30=730.	☹
1 330 / Prima ho lasciato da parte i due 30 e il 70. Ho addizionato 600+600=1 200. Poi ho sommato 30+30=60, visto che per arrivare a 100 da 60 mi bastava 40 che ho preso da 70: 60+40=100. Come ultime cose ho sommato 100+1 200=1300 e 1 300+30=1 330 (il 30 era rimasto nell'operazione 70-40=30).	☹

Calcola a mente e scrivi il numero mancante.

$$30 + 630 + 70 = 600 + \_\_\_\_\_\_$$

Spiega come hai trovato il numero che hai scritto.

- **Livello di competenza:** **DARE UN SENSO A UN RISULTATO**
- **Livello difficoltà:** **MEDIO-DIFFICILE**
- **Classe:** **3ª - 4ª - 5ª**

Be.6.a	**Risposta corretta**	**Risposte non corrette**
Campo aperto a risposta breve.	42	
Campo aperto a risposta estesa.	La risposta precedente è ritenuta corretta se e solo se l'alunno spiega come giunge al risultato utilizzando il calcolo dato.	

42 / Ho ottenuto il risultato aggiungendo 1 decina al 32 perché al 7 è stata aggiunta una decina.	☺☺
42 / Prima ho guardato l'esempio, poi ho guardato il calcolo e ho aggiunto una decina al 32.	☺
42 / Visto che l'operazione già fatta era 25+7=32 e l'altra era 25+17, ho fatto 32+10 e mi è venuto 42.	☺

42 / Perché sommando 25+17=42 ed ho ottenuto il risultato.	😐
42 / Ho calcolato a mente 25+17 dopo aver contato ho scritto il risultato.	😐

Be.6.b	Risposta corretta	Risposte non corrette
Campo aperto a risposta breve.	132	
Campo aperto a risposta estesa.	La risposta precedente è ritenuta corretta se e solo se l'alunno spiega come giunge al risultato utilizzando il calcolo dato.	

132 / Ho ottenuto il risultato aggiungendo un centinaio a 32 perché al 25 è stato aggiunto un centinaio.	☺☺
132 / Prima ho guardato l'esempio, poi a 32 ho aggiunto un centinaio.	☺
132 / Ho guardato la prima operazione ed ho notato che se aggiungevo 100 al risultato andava bene.	☺

132 / Ho ottenuto questo risultato guardando la prima operazione e poi mi è venuto il risultato.	😐
132 / Ho calcolato a mente 125+7 ed ho ottenuto il risultato.	😐

Utilizza il primo calcolo per scoprire facilmente il risultato delle altre operazioni:

25 + 7 = 32

a) 25 + 17 = _______

b) 125 + 7 = _______

Spiega come hai ottenuto i risultati.

a) ____

____

____

____

b) ____

____

____

____

IL NUMERO / elemento di prova Be.7
Comprendere il significato delle operazioni.
Operare tra numeri in modo consapevole, sia mentalmente, sia per iscritto, sia con strumenti.

- **Livello di competenza:** **DARE UN SENSO A UN RISULTATO**
- **Livello di difficoltà prevista:** **MEDIO / DIFFICILE**
- **Classe/i:** **3^a - 4^a - 5^a**

Be.7	Risposta corretta	Errori più frequenti
Campo aperto a risposta breve.	100	460 0 ……
Campo aperto a risposta estesa.	La risposta precedente è ritenuta corretta se e solo se l’alunno spiega come ha proceduto nel completare l’uguaglianza (vedi esempi allegati)	

100 / Perché dato che 560 < 590 per 3 decine dovremmo togliere 30 da 130 e metterlo al 560 e visto che lì mi chiede di fare 560 - n da scoprire, io faccio 560 meno 100 che fa 460 e a 590 tolgo 130 cosicché faccia 460 anche là.	☺☺
100 / Per prima cosa ho tolto 130 a 590 uguale 460, poi sono andata a vedere dall’altra parte il 560 e siccome 400 è più piccolo di 500, perché in mezzo ci sono 100 numeri, ho pensato che bastava togliere 100 al 560 uguale 460 che è esattamente il numero che c’era dall’altra parte.	☺
100 / Il numero 100 l’ho trovato così: all’inizio ho guardato il numero che c’è scritto e ho visto che c’era un uguale in mezzo perciò voleva dire che 560-____ era uguale a 590-130 e allora ho fatto 590-130=460 e visto che dovevano essere uguali i due risultati ho cercato di capire quanto devo togliere al 560 per farlo diventare il numero 460 e calcolando ho capito che bisognava togliere 100.	☺

100 / Ho fatto 590-130=460, poi ho fatto 560-100=460.	😐

460 / Ho fatto 590-130=460.	☹
0 / Ho fatto così: visto che 560 sottrai non ti può venire 590, quindi io ho scritto 0.	☹

Calcola a mente e scrivi il numero mancante.

560 - ______ = 590 - 130

Spiega come hai trovato il numero che hai scritto.

____

____

____

____

____

IL NUMERO / elemento di prova Be.8
Comprendere il significato delle operazioni.
Operare tra numeri in modo consapevole, sia mentalmente, sia per iscritto, sia con strumenti.

- **Livello di competenza:** **DARE UN SENSO A UN RISULTATO**
- **Livello di difficoltà prevista:** **MEDIO/DIFFICILE**
- **Classe:** **3ª - 4ª - 5ª**

Be.8	**Risposta corretta**	**Risposte non corrette**
Campo chiuso: scelta multipla a 1 soluzione	396	361 371 349
Campo aperto a risposta estesa.	Vedi esempi allegati.	

396/ Moltiplico per 10 che fa 360 poi aggiungo 36 che fa 396	☺

396/ Faccio 36 x 11.	😐
396/ Calcolo.	😐

Calcola mentalmente.

Indica con una crocetta il risultato corretto.

36	x	11	=	_____

☐ 349

☐ 361

☐ 371

☐ 396

Spiega come hai fatto per trovare quel numero.

____

____

____

____

____

IL NUMERO / elemento di prova Be.9
Comprendere il significato delle operazioni.
Operare tra numeri in modo consapevole, sia mentalmente, sia per iscritto, sia con strumenti.

- **Livello di competenza:** **DARE UN SENSO A UN RISULTATO**
- **Livello di difficoltà prevista:** **MEDIO/DIFFICILE**
- **Classe:** **3ª - 4ª - 5ª**

Be.9	**Risposta corretta**	**Risposte non corrette**
Campo chiuso: scelta multipla a 1 soluzione	405	445 441 440
Campo aperto a risposta estesa.	Vedi esempi allegati.	

405/ Moltiplico per 10 che fa 450 poi tolgo 45 che fa 405	☺

405/ Faccio 45 x 9	😐
405/ Calcolo	😐

Calcola mentalmente.

Indica con una crocetta il risultato corretto.

45	x	9	=	_____

☐ 445

☐ 441

☐ 405

☐ 440

Spiega come hai fatto per trovare quel numero.

____

____

____

____

____

IL NUMERO / elemento di prova Be.10.a
Comprendere il significato delle operazioni.
Operare tra numeri in modo consapevole, sia mentalmente, sia per iscritto, sia con strumenti.

- **Livello di competenza:** **DARE UN SENSO A UN RISULTATO**
- **Livello di difficoltà prevista:** **MEDIO / DIFFICILE**
- **Classe/i:** **3ª - 4ª - 5ª**

<table>
<tr><th>Be.10.a</th><th>Risposta corretta</th><th>Errori più frequenti</th></tr>
<tr><td>Campo aperto
a risposta breve.</td><td>30</td><td>2 400
3 200
20
……</td></tr>
<tr><td>Campo aperto
a risposta estesa.</td><td colspan="2">La risposta precedente è ritenuta corretta se e solo se l’alunno spiega come ha proceduto nel completare l’uguaglianza (vedi esempi allegati).</td></tr>
</table>

30 / Ho fatto così: visto che fare 60×40 era troppo lungo ho pensato di fare 6×4=24 e poi aggiungere gli zero, allora per far equivalere 80×? ho provato a cercare 24 nella tabellina dell’8 e visto che 8×3 dà 24, 80×30 dà 2 400.	☺
30 / Io per far venire 30 ho fatto: 6×4=24, aggiungo due zeri e mi viene 2 400, poi mi sono domandata: - L’otto moltiplicato per quale numero mi dà come risultato 24? Mi è venuto 3, ho aggiunto uno zero e mi è venuto 30.	☺
30 / Ho trovato il numero 30 facendo 60×40 che fa 2 400, allora mi sono chiesta quante volte l’80 stesse nel numero 2 400, poi ho provato a fare 80×20 ma è venuto 1 600, allora l’ho moltiplicato ×30 ed è venuto 2 400.	☺

30 / Ho fatto 6×4=24 e aggiunto due zeri (2 400) e poi ho fatto 8×3=24 e anche qui ho aggiunto due zeri.	😐
30 / Ho diviso il risultato di 60×40 diviso 80.	😐
30 / Ho trovato il numero 30 con le tabelline del 6 e dell’8: 6 – 12 – 18 – 24 e 8 – 16 – 24.	😐

2 400 / Io ho fatto a mente 60×40 e il numero che mi è uscito è 2 400.	☹
3 200 / Io prima di tutto ho guardato l’operazione 60×40=80 e poi per sapere qual era il risultato seguente ho fatto 40×80 che mi ha dato 3 200.	☹
20 / Ho visto che 60 e 40 sono due amici del 100 e l’amico del 100 di 80 è 20, allora ho messo 20.	☹

IL NUMERO / elemento di prova Be.10. b
Comprendere il significato delle operazioni.
Operare tra numeri in modo consapevole, sia mentalmente, sia per iscritto, sia con strumenti.

- **Livello di competenza:** **DARE UN SENSO A UN RISULTATO**
- **Livello di difficoltà prevista:** **MEDIO / DIFFICILE**
- **Classe/i:** **3^a - 4^a - 5^a**

Be.10.b	Risposta corretta	Errori più frequenti
Campo aperto a risposta breve.	75	1 500 ……
Campo aperto a risposta estesa.	La risposta precedente è ritenuta corretta se e solo se l'alunno spiega come ha proceduto nel completare l'uguaglianza (vedi esempi allegati).	

75 / Bisogna fare 150✕10=1 500, se quel numero si moltiplica ✕20 e ha lo stesso risultato deve essere la metà di 150, uguale 75.	☺☺
75 / Devo inserire 75 perché 10 è la metà di 20, allora devo moltiplicare 20 per metà dell'altro fattore con 10. La metà di 150 è 75, quindi 20✕75=150✕10.	☺☺
75 / Prima ho avuto un po' di difficoltà perché 1 500 (risultato di 150✕10) non si trova nella tabellina del 20, ma poi ho avuto tutto chiaro: 150✕10 è uguale alla metà di 150 ripetuta 20 volte cioè 75✕20.	☺☺
75 / Ho risolto così: per prima cosa ho provato a fare 20✕80=1 600, poi ho fatto 20✕70=1 400, allora ho provato a fare 20✕75 mi dava come risultato 1 500 e visto che dopo l'uguale c'è 150✕10=1 500 i due numeri si equivalgono.	☺
75 / Prima comincio a fare 150✕10=1 500. Poi trovo un numero che ripetuto 20 volte fa 1 500. 75✕20=1 500.	☺
75 / Ho fatto 1 500:20=75. Quindi poi 75✕20=1 500. Allora ho scritto 75 perché 150✕10=1 500.	☺

75 / Io ho fatto così: 150✕10=1 500, poi ho fatto 70✕20 e 80✕20 però era troppo, allora ho fatto la metà cioè 75 e mi è venuto 1 500.	😐

1 500 / Ho fatto 150✕10.	☹

Calcola a mente e scrivi i numeri mancanti.

A) $60 \times 40 = 80 \times$ ______

B) ______ $\times 20 = 150 \times 10$

Spiega come hai trovato i numeri che hai scritto.

A) ____

____

____

____

____

B) ____

____

____

____

____

IL NUMERO / elemento di prova Be.11
Comprendere il significato delle operazioni.
Operare tra numeri in modo consapevole, sia mentalmente, sia per iscritto, sia con strumenti.

- **Livello di competenza:** **DARE UN SENSO A UN RISULTATO**
- **Livello di difficoltà prevista:** **DIFFICILE**
- **Classe/i:** **4ª - 5ª**

Be.11	**Risposta corretta**	**Risposte non corrette**
Campo chiuso: scelta multipla a una soluzione.	75	1 12 13
Campo aperto a risposta estesa.	La risposta precedente è ritenuta corretta se e solo se l’alunno spiega come ha proceduto nella scelta del numero 75 e nell’esclusione dei numeri 1, 12 e 13. (vedi esempi allegati)	

75 / Il secondo fattore, cioè 13 è maggiore di 1 rispetto al secondo fattore, 12, della moltiplicazione precedente. Ogni unità di 12 è un 75 (in realtà), quindi anche l’unità che serve per arrivare a 13, in realtà, è un 75. Ora basta aggiungere a 900 il 75 mancante. Il risultato è 975.	☺☺
75 / Perché dato che 75×12 fa 900, Luigi deve aggiungere il tredicesimo 75.	☺
75 / Il perché è che se Marco il 75 lo aveva moltiplicato già per 12 volte bastava aggiungere a 900 75 per trovare il risultato.	☺
75 / Il fattore è cambiato non è più 12 ma 13 ciò fa sì che il 75 venga moltiplicato una volta in più.	☺

75 / Perché ho fatto 75×13 e ho scoperto che basta aggiungere 75.	😐

1 / Perché tra dodici e tredici c’è 1. Il moltiplicatore cambia solo di 1 e quindi basta aggiungere 1 al risultato della prima moltiplicazione.	☹
13 / Perché 13 è il numero che deve calcolare Luigi.	☹

Leggi con attenzione.

Marco esegue questa moltiplicazione:

$$
\begin{array}{r}
75 \times \\
12 \\
\hline
150 + \\
750 \\
\hline
900
\end{array}
$$

Luigi, che deve eseguire la moltiplicazione 75 × 13 , dice a Marco:
"Io non la eseguo, so già che il prodotto sarà maggiore del tuo,
mi basta aggiungere … a 900!".

Completa la frase di Luigi, scegliendo tra i numeri dati.

- ○ 1
- ○ 12
- ○ 75
- ○ 13

Ora spiega perché.

____

____

____

____

____

IL NUMERO / elemento di prova Be.12
Comprendere il significato delle operazioni.
Operare tra numeri in modo consapevole, sia mentalmente, sia per iscritto, sia con strumenti.

- **Livello di competenza:** **DARE UN SENSO A UN RISULTATO**
- **Livello di difficoltà prevista:** **DIFFICILE**
- **Classe/i:** **4ª - 5ª**

AVIMES.NUM. Be.12	Risposta corretta	Errori più frequenti
	912	……
Campo aperto a risposta estesa.	La risposta precedente è ritenuta corretta se e solo se l'alunno spiega come ha proceduto nel trovare il prodotto di 76×12 senza eseguire la moltiplicazione in colonna. (vedi esempi allegati)	

Il risultato è 912. Per trovare il risultato ho fatto così: 76 è maggiore di 1 rispetto a 75. Se il risultato di 75×12 è 900 basta aggiungere 12. Spiego meglio: devo togliere 1 unità a 76 che quindi diventa 75. 75×12 è 900 ci sono ancora 12 perché togliendo quell'unità, in realtà, ho anche tolto dodici unità, perché in ogni unità di dodici c'era un 75. Adesso mi basta aggiungere le 12 unità rimaste e il risultato è 912.	☺☺
Fa 912 perché se 76 è maggiore di 75 di 1 e 75 viene ripetuto 12 volte e 75×12=900, anche l'uno in più viene moltiplicato ×12 e allora 900+12=912.	☺
Posso prendere 900 (cioè il risultato della prima moltiplicazione) e aggiungere 12: 900+12=912. Nella moltiplicazione bisogna fare 900+12 perché 76 è maggiore di 1 a 75, ma tutti e due sono moltiplicati per 12, perciò bisogna aggiungere 12 a 900.	☺

Basta aggiungere 12 a 900.	😐

Leggi con attenzione.

Marco esegue questa moltiplicazione:

$$\begin{array}{r} 75 \times \\ 12 \\ \hline 150 + \\ 750 \\ \hline 900 \end{array}$$

Ora tu devi trovare il prodotto di 76 × 12.

Spiega come puoi fare, senza eseguire la moltiplicazione in colonna.

____

____

____

____

____

IL NUMERO / elemento di prova Be.13
Comprendere il significato delle operazioni.
Operare tra numeri in modo consapevole, sia mentalmente, sia per iscritto, sia con strumenti.

- **Livello di competenza:** **DARE UN SENSO A UN RISULTATO**
- **Livello di difficoltà prevista:** **MEDIO/DIFFICILE**
- **Classe:** **3ª - 4ª - 5ª**

Be.13	**Risposta corretta**	**Errori più frequenti**
Campo aperto a risposta breve.	364	404
Campo aperto a risposta estesa.	Vedi esempi allegati.	

364/ Ho visto che bastava fare 91x4 che fa 364 perché il 4004 era 4 volte il 1001 e la moltiplicazione per 11 non cambiava.	☺☺
364/ Siccome è sempre il doppio basta fare 182 per 2 che fa 364.	☺
364/ Ho fatto la divisione cioè 4004:11 e viene 364.	☺

364/ Ho calcolato.	😐

273/ Ho fatto 91 + 182	☹

Osserva attentamente.

91	x	11	=	1001
182	x	11	=	2002
✶	x	11	=	4004

Che numero puoi scrivere al posto di ✶ ? ___________

Spiega come hai fatto per trovare quel numero.

____

____

____

____

____

- **Livello di competenza:** **DARE UN SENSO A UN RISULTATO**
- **Livello di difficoltà prevista:** **MEDIO / FACILE**
- **Classe/i:** **3^a - 4^a - 5^a**

Ce.2	Risposta corretta	Errori più frequenti
	Sul pullman da 54 possono sistemarsi le classi: 4° A, 5° A e 4° B; sul pullman da 40 posti le classi: 3° A, 3° B, 5° B.	……
Campo aperto a risposta estesa.	Le risposte precedenti sono ritenute pienamente soddisfacenti se e solo se l'alunno spiega come ha organizzato il proprio procedimento risolutivo. (vedi esempi allegati)	

Tutte le classi devono trovare posti anche per i loro insegnanti, quindi sono 14, 22, 21, 14, 10, 12, in tutto sono 93 e ci sono 94 posti. Si possono sistemare sul pullman da 40 posti la 3^a A e la 3^a B con la 5^a B che sono 40 e nessun altro perché è pieno. Adesso metto su quello da 54 posti la 4^a A, la 4^a B e la 5^a A che sono 53. Sul pullman da 54 posti rimane libero 1 posto.	☺

Per prima cosa devo contare quanti alunni ci sono: 13+13+9+11+20+21=87. Ora devo aggiungere a 87 i 6 insegnanti: 87+6=93. Adesso faccio 54+40=94 posti a sedere. Gli alunni e le maestre possono salire.	😐

54 bambini su un pullman e 33 sull'altro più le 6 insegnanti 39.	☹
Tutte le classi della sezione A vanno sul pullman da 54 posti, invece le classi della sezione B andranno sul pullman da 40 posti, ma rimarranno liberi sette posti.	☹

Leggi con attenzione.

Alcune classi di una scuola organizzano una visita al Parco della Preistoria.

Le classi sono così composte:

3° A – 13 alunni	3° B – 13 alunni
4° A – 21 alunni	4° B – 9 alunni
5° A – 20 alunni	5° B – 11 alunni

Ogni classe sarà accompagnata da un insegnante.

I pullman a disposizione sono due, uno da 54 posti e uno da 40.

Come possono sistemarsi le classi intere sui pullman?

Spiega.

IL NUMERO / elemento di prova Ce.3
Usare il ragionamento aritmetico e la modellizzazione numerica per risolvere problemi tratti dal mondo reale o interni alla matematica.

- **Livello di competenza:** **DARE UN SENSO A UN RISULTATO**
- **Livello di difficoltà prevista:** **DIFFICILE**
- **Classe/i:** **4ª - 5ª**

Ce.3	**Risposta corretta**	**Risposte non corrette**
Campo chiuso: scelta multipla a una soluzione.	10 kg	16 kg 12 kg 9 kg
Campo aperto a risposta estesa.	La risposta precedente è ritenuta pienamente soddisfacente se e solo se l'alunno spiega come ha organizzato il proprio procedimento risolutivo. (vedi esempi allegati)	

10 kg / Io ho capito che i 25 bambini che verranno in più nella scuola sono ¼ in più. E quindi devo calcolare ¼ degli 8 kg di panini e poi sommarli agli 8 e quindi avrò 2 kg in più + 8 kg dell'anno scorso e il risultato è 10 kg.	☺☺
10 kg / Ci sono arrivata facendo la divisione 8:100 capendo che ogni bambino consumava 0,08 kg di pane. Poi ho fatto 0,08 kg ×125 bambini ed è venuto 10 kg.	☺

10 kg / Devi fare 8 diviso 100 che fa 0,08 poi fare 0,08×125 che fa 10.	😐

16 kg / Perché se quando ce n'erano 100 e servivano 8 kg di pane e se ne aggiungo 25 (di bambini) io ho pensato di mettere ancora 8 kg di panini, poi ho fatto 8+8=16 kg allora alla fine la risposta è 16 kg.	☹
12 kg / Io ho fatto 100:25=4 pensando che quel 4 erano i kg in più e allora ho fatto 8+4=12 kg.	☹
9 kg / Si sono aggiunti pochi bambini quindi si aggiunge solo 1 kg.	☹

Leggi con attenzione.

In una scuola, lo scorso anno, si fermavano a mensa 100 bambini.

Quest'anno ci sono 25 bambini in più.

L'anno scorso, il panettiere consegnava ogni giorno 8 kg di panini.

Quest'anno dovrà consegnarne …

Completa la frase, scegliendo tra i numeri dati.

- ○ 16 kg
- ○ 10 kg
- ○ 12 kg
- ○ 9 kg

Ora spiega quale ragionamento hai fatto per trovare la risposta.

____

____

____

____

____